



İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ YAZILI MATEMATİKSEL İLETİŞİM BECERİLERİNİN İNCELENMESİ

Yasemin KIYMAZ¹, Büşra KARTAL², Zekiye MORKOYUNLU³

Makale Bilgisi	Özet
DOI: 10.19171/uefad.589360	Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının yazılı matematiksel iletişim becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının matematiksel düşüncelerini yazılı olarak ifade ederken matematiksel dil ve terminolojiyi ne derece etkin kullandıkları ve kendilerine verilen matematiksel bir tanıma anlama, yorumlama ve benzer durumlara uygulama düzeyleri incelenmiştir. Bu kapsamda veriler 40 üçüncü sınıf ilköğretim matematik öğretmen adayından iki açık uçlu form aracılığıyla toplanmıştır. Bu formlardan ilkinde, öğretmen adaylarından belirtilen yedi matematiksel ifadenin niçin doğru olduğunu açıklamaları istenirken, ikinci formda aç ve kesir tanımları verilmiş ve bu tanımlara göre kendilerine sorulan soruları cevaplamaları beklenmiş ve üçgen, çember ve daire kavramlarını sembolik olarak açıklamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının yazılı matematiksel iletişim düzeylerinin belirlenmesi amacıyla bir rubrik kullanılmış ve elde edilen tüm veriler içerik analizi aracılığıyla analiz edilmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının açıklamalarının %27'sinin yanlış veya madde ile ilgisiz olduğunu ve matematiksel dilin yarıya yakınında (%40) düşük seviyede, %19'unda orta seviyede ve yalnızca %13'ünde yüksek seviyede kullanıldığını göstermektedir. Öğretmen adayları matematiksel düşüncelerini yazılı olarak ifade edilirken en çok sözel en az ise görsel ifadeler kullanmayı tercih etmiş, tanımları yeterli seviyede yorumlayıp uygulayamamışlar ve üçgen, çember ve daireyi sembolik olarak ifade etmede düşük bir başarı göstermişlerdir. Öğretmen adaylarının matematiksel fikirlerini yazılı bir biçimde ifade edecekleri etkinliklerle daha çok meşgul olmaları, matematiksel dilin kullanımına ilişkin akran ve uzman değerlendirmesi ile matematiksel dili kullanma düzeylerinin farkına varmaları ve tanımlar üzerinde durarak tanımların temel bileşenlerini kavramalarını ve farklı durumlara yorumlamalarını sağlayacak bir öğretim programının düzenlenmesi önerilmiştir.
<i>Makale Geçmişi:</i>	
Başvuru 09.07.2019	
Kabul 19.12.2019	
<i>Anahtar Kelimeler:</i>	
İlköğretim matematik öğretmen adayları, matematiksel iletişim, matematik dili, yazılı matematiksel iletişim.	

EXAMINING PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS' WRITTEN MATHEMATICAL COMMUNICATION SKILLS

Article Info	Abstract
DOI: 10.19171/uefad.589360	This study aims to investigate pre-service mathematics teachers' written mathematical communication skills. The examined skills were to what extent the participants used mathematical language and terminology in their written explanations, and their proficiency in comprehending, interpreting, and applying mathematical definitions. Within this context, data were collected from 40 junior pre-service mathematics teachers via two data collection tools consisting of open-ended questions. In the first data collection tool, participants were given seven well-known mathematical statements and were asked to explain why these statements were true. In the second data collection tool, they were given definitions of angle and fraction
<i>Article History:</i>	
Received 09.07.2019	
Accepted 19.12.2019	
<i>Keywords:</i>	

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Matematik Eğitimi ABD, ykiymaz@ahievran.edu.tr, OrcID: 0000-0002-2189-183X

² Arş. Gör. Dr., Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Matematik Eğitimi ABD, busra.kartal@ahievran.edu.tr, OrcID: 0000-0003-2107-057X

³ Arş. Gör. Dr., Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Matematik Eğitimi ABD, zekiye.morkoyunlu@ahievran.edu.tr, 0000-0002-1978-4525

Pre-service mathematics teachers, mathematical communication, mathematical language, written mathematical language.

and were asked to answer questions based on these definitions, and then to express the triangle, the circle, and the closed disc symbolically. Data were analyzed via content analysis and a rubric was utilized to determine the participants' written mathematical communication levels. Results show that 27% of PSMTs' written explanations were incorrect or unrelated to the statement, 40% consisted of low-level mathematical communication, 19% moderate-level communication, and 13% high-level communication. Participants used words at the most and visual expressions at the least in their written explanations. They could not interpret and apply the definitions in an expected level and performed a low-level success in using symbolic language to express geometrical concepts. Suggestions are made regarding how mathematics teaching programs can help pre-service teachers to develop their mathematical communication.

GİRİŞ

Matematiksel iletişim becerisi; matematiksel fikirleri yazılı ve sözlü olarak ifade etme, anlama, yorumlama ve değerlendirme, fikirleri farklı modeller ile temsil etme ve bu matematiksel modeller arasındaki ilişkileri açıklamak için terim, notasyon ve matematiksel yapıları kullanma becerisidir (Rajagukguk, 2016). Matematik okuryazarlığı, yaşam boyu öğrenme ve herkesin öğrenebileceği matematik gibi sosyal hedeflere ulaşılmasında matematiksel iletişimin rolü büyüktür. Matematiksel iletişim becerisi matematiksel fikirleri dile getirme, okuma, yazma, tartışma ve değerlendirme gibi boyutları içermektedir (Kaya ve Aydın, 2016; Pape, Bell ve Yetkin, 2003). Matematiksel iletişimin amacı öğretmen ve öğrencilerin karşılıklı olarak birbirlerinin matematiksel düşüncelerini anlamasıdır (Sfard, 2001). Dolayısıyla bu iletişim karşılıklıdır yani hem öğretmenden öğrenciye hem de öğrenciden öğretmene doğrudur (Mooney, Briggs, Gomm, Hansen ve McCullouch, 2012).

Matematiksel iletişim, öğrencilerin kavramsal anlamaları, problem çözme becerileri, akıl yürütmeleri (Kaya ve Aydın, 2016; Lomibao, Luna ve Namoco, 2016) ile öğrenme motivasyonları ve benlik kavramlarını (Rajagukguk, 2016) ve matematiksel düşüncelerini geliştirmek (Kabasakalian, 2007), öğretmenlerin öğretimsel karar verme süreçlerinde onlara yardım etmek (Pourdavood & Wachira, 2015) ve matematik kaygılarını azaltmak (Lomibao ve ark., 2016) için gerekli bir araçtır. Öğrenciler matematiksel düşünce ve muhakeme biçimlerini ifade ettikleri zaman kendilerinin gözlemcisi olabilirler. Görünmeyen matematiksel çözümleri kendileri ve akranları için daha açık ve daha görünür bir hale getirebilirler. Buna ek olarak, düşünce ve problem çözümlerini akranlarına açıkladıkları zaman sınıf içerisinde öğreten kişi olurlar. Daha anlamlı matematik yapmaya ilişkin becerileri hakkında daha rahat hissedebilirler ve bu da onları matematiksel olarak güçlendirebilir (NCTM, 2000). Matematiksel iletişim becerisi üst düzey düşünme becerileri ile meşgul olabilmek için gerekli matematik okuryazarlığının bir ögesi olarak ele alınmaktadır (Colwell ve Enderson, 2016). İletişimin çeşitli şekilleri öğrencilerin matematiksel anlayışlarını keşfetme ve derinleştirme ve matematiğin diğer kavramları ile diğer alanlar arasında bağlantı kurmada önemli bir bileşen olarak

görülmektedir (Hiebert, 1992). Matematiksel iletişimin etkili bir biçimde gerçekleştiği sınıflarda öğrencilerin geleneksel sınıf ortamına göre daha aktif oldukları görülmüştür (Sür ve Delice, 2016).

Matematiksel iletişimin öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmelerine ve matematiği etkin bir biçimde kullanmalarına sağlayacağı katkı göz önüne alındığında matematiksel iletişim becerisi “Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programında” her öğrencinin kazanması gereken bir beceri olarak ele alınmıştır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). Programda matematiksel iletişim becerisine dair göstergeler matematiksel düşünceleri yazılı ya da sözlü olarak ifade ederken veya matematiksel bir düşüncenin doğruluğunu ve anlamını yorumlamaya çalışırken matematiksel dilin etkili ve doğru kullanımı ve farklı temsil biçimlerinin esnek bir biçimde kullanılabilmesi olarak özetlenebilir (MEB, 2013; s.V).

Matematik dilini etkili bir biçimde kullanmak matematiksel söylemleri anlamak, yorumlamak ve oluşturmak demektir ve matematiksel iletişim sürecinin etkili bir biçimde gerçekleşebilmesi için büyük önem taşımaktadır (Chapin, O'Connor ve Anderson, 2009). Matematiksel cümleler kurmak, bir model oluşturmak, mantıklı yorumlar yapmak ve matematiksel sembolleri kullanmak matematiksel iletişimin önemli bileşenleridir (Sür ve Delice, 2016). Öğrencilerin matematiksel fikirleri daha iyi anlamak ya da iletebilmek için yazılı ya da sözlü olarak ifade edilen matematiksel kelimelerin anlamını bilmeleri gerekirken öğretmenlerin de matematiksel dili nasıl kullandıklarına dikkat etmeleri gerekmektedir. Bir öğretmenin kelime seçimi öğrencilerin bir kavramı doğru ya da yanlış anlaması ile doğrudan ilişkilidir (Gay, 2008).

Bir matematik öğretmeni meslek hayatı boyunca muhtemelen en az bir kez bir öğrencisinden cevabını gerekçelendirmesini istediğinde öğrencisinin kendi cevabının yanlış olduğunu düşündüğü bir durumla karşılaşmış olabilir. Bu durum, öğrencinin “eğer öğretmen bir fikrin gerekçesini soruyorsa bu fikir hatalıdır” inancından kaynaklanmaktadır. Bu inanç öğrencilerin matematik derslerinde çok nadiren açıklamalarda bulunmasının bir sonucudur (Cai, Jakabcsin ve Lane, 1996). Matematik öğretim uygulamaları çoğunlukla öğrencilerin problem çözümlerinde belirli bir prosedürü takip etmeleri ve matematiksel görevleri yerine getirmelerine odaklanmıştır. Çok az öğretmen çözüme ulaşmada bu prosedürün niçin işe yaradığını ve bu prosedürlerin nasıl geliştirildiğini sorar (Lomibao ve ark., 2016). Bu nedenle öğretmenlerin öğrencilerinin matematiksel fikirlerini açık ve rahat bir şekilde ifade edebilecekleri, akranları ile bu fikirleri değerlendirebileceği ve yazı ile fikirlerini anlatabilecekleri bir sınıf ortamı oluşturmaları gereklidir (Kaya ve Aydın, 2016; Kotsopoulos, 2007; MEB, 2013; NCTM, 2000).

Matematiksel fikirler yazılı veya sözlü matematiksel iletişim yoluyla aktarılabilir. Bir bireyin kendi matematiksel düşüncelerini yazıya dökmesi matematik kavramlarına dair kendi metinlerini yazdıkları için bu kavramları öğrenmesi için bir şanstır (Lomibao ve ark., 2016). Bir öğrencinin

matematiksel fikirlerini ifade ettiği yazıları onun bir problem veya kavrama ilişkin muhakemesini göstermektedir (Kenney, 2005). Çözüm stratejilerini yazarak açıklayan öğrencilerin problem çözme becerilerinde de bir ilerleme olduğu görülmüştür (Borasi ve Rose, 1989). Bu durum öğretmenler tarafından öğrenmeyi geliştirme için kullanılabilecek yöntemleri belirlemede kullanılabileceği gibi öğrenciler tarafından da çözüm yollarını ve stratejilerini birbirleri ile kıyaslamada kullanılabılır (Kosko ve Wilkins ,2010).

Matematiksel iletişim matematik öğrenmek, anlamak ve yapmak için gerekli olduğundan matematiksel iletişimin değerlendirilmesi de matematiksel değerlendirmenin ayrılmaz bir parçası olmalıdır (NCTM, 1995). Öğrencilerin yazılı matematiksel iletişim becerilerini değerlendirebilmek için öğrencilerinin cevaplarını nasıl bulduklarını veya tahmin ettiklerini gerekçeleriyle açıklamaları, bu süreç esnasında yaptıkları tüm işlemleri detaylı bir biçimde göstermeleri ve cevapları ile ilgili en az bir örnek vermeleri istenebilir (Cai ve ark., 1996).

Bu çalışmanın temel amacı ilköğretim matematik öğretmen adaylarının yazılı iletişim becerilerinin incelenmesidir. Çalışmada matematik öğretim programında öngörülen göstergeler temel alınarak öğretmen adaylarından kendilerine verilen matematiksel ifadelere dair gerekçelerini yazmaları ve yine kendilerine verilen bazı matematiksel terimlere dair tanımları kullanarak ilgili soruları cevaplamaları istenmiştir. Öğretmen bilgisinin incelenmesinde önemli bir etken olan “*bir konuyu anlamayan bir kişinin o konuyu öğretemeyeceği*” (Fennema ve Franke, 1992; Grossman, 1990; Marks, 1990; Shulman, 1986) düşüncesinden yola çıkarak bu çalışmadan elde edilen bulgular ile öğretmen adaylarının gelecekteki öğrencilerinin matematiksel iletişim becerilerinin düzeyine ilişkin önemli çıkarımlar elde edilebilir. Ayrıca, elde edilen bulgular çerçevesinde öğretmen adaylarının yazılı matematiksel iletişim becerilerinin mevcut durumu tespit edilerek geliştirilmesi adına öğretmen eğitim programları için önemli sonuçlara ulaşılabileceği düşünülmektedir. 2018 yılında güncellenen ilköğretim matematik öğretmenliği programında yer alan “Matematik Sınıflarında İletişim” isimli dersin içeriğinin yukarıda MEB tarafından belirlenen göstergeleri içermesi bu çalışmanın bulgu ve sonuçlarının bu dersin içeriği ile ilgili yapılacak düzenleme ve planlamalara katkı sağlayacağı söylenebilir.

Öğretmen adaylarının yazılı matematiksel iletişim becerilerinin incelenmesi amacıyla belirlenen araştırma soruları şunlardır;

1. Öğretmen adayları fikirlerini yazılı olarak ifade ederken matematiksel dili ne derece etkili kullanmaktadırlar?
2. Öğretmen adaylarının matematiksel fikirlerini yazılı olarak ifade ederken kullandıkları temsiller nelerdir?
3. Öğretmen adaylarının verilen bir matematiksel tanımı kullanma düzeyleri nasıldır?
4. Öğretmen adaylarının kavramları tanımlamada kullandıkları temsiller nelerdir ve kullanma düzeyleri nasıldır?

YÖNTEM

Araştırma deseni

Bu çalışmada nitel veri toplama ve analiz teknikleri kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının yazılı matematiksel iletişim becerilerinin incelenmesi için veriler, öğretmen adaylarına uygulanan açık uçlu soru formu aracılığıyla toplanmıştır. Matematik öğretim programında matematiksel iletişim becerisi ile ilgili göstergeler dikkate alınarak öğretmen adaylarının yazılı matematiksel düşüncelerinde matematiksel dili ne derece etkili kullandıkları, hangi temsil biçimlerinden faydalandıkları ve matematiksel tanımları kullanma düzeyleri (MEB, 2013) analiz edilmiştir.

Katılımcılar

Bu çalışmaya Orta Anadolu’da bir devlet üniversitesinin Matematik Eğitimi Anabilim Dalı 3. sınıfında öğrenim görmekte olan 40 öğretmen adayı ($f_{kadın}=32$, $f_{erkek}=8$) katılmıştır. Çalışma 2015-2016 Bahar Döneminde gerçekleşmiştir. Katılımcı öğretmen adayları çalışmanın gerçekleştiği dönemden önce Özel Öğretim Yöntemleri I dersi kapsamında Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programını incelemiş ve programda öğrencilerin kazanması öngörülen temel becerilerden matematiksel iletişim becerisi hakkında fikir sahibidirler.

Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak açık uçlu sorulardan oluşan iki form kullanılmıştır. Birinci formda öğretmen adaylarına bazı matematiksel ifadeler verilmiş ve bu ifadelerin neden doğru olduğunu açıklamaları istenmiştir (Tablo 1). Bu formdan elde edilen veriler aracılığıyla öğretmen adaylarının fikirlerini yazılı bir biçimde ifade ederken matematiksel dili ve sembolleri ne derece etkili kullandığının incelenmesi amaçlanmıştır. Tablo 1’de görüldüğü üzere bu ifadeler ortaokul matematik derslerinde karşılaşılan kalıplaşmış kurallardır. Böyle bir seçim yapılmasının nedeni bu ifadelerin altında yatan mantığı nasıl açıklayacaklarının ve matematiksel düşüncelerini yazılı olarak ifade ederken hangi temsillerden ne ölçüde faydalandıklarının incelenmek istenmesidir.

Tablo 1.

Birinci açık uçlu soru formunda kullanılan ifadeler

-
1. Bir eşitsizliğin her iki yanı negatif bir sayıyla çarpıldığında eşitsizlik yön değişir.
 2. Bir denklemde eşitliğin bir yanındaki terim diğer tarafa işaret değiştirerek geçer.
 3. Paydası ile payı arasındaki farkları aynı olan iki kesirden paydası büyük olan daha büyüktür.
 4. Kesirlerde toplama (veya çıkarma) işlemi yapılırken önce paydalar eşitlenir, sonra paylar toplanır (veya çıkarılır) paya ve ortak payda ise paydaya yazılır.
 5. Bir üçgende bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüsünün toplamına eşittir.
 6. Negatif iki tamsayının toplamı negatiftir.
 7. Biri pozitif biri negatif iki tamsayı toplanırken mutlak değerce büyük olan sayıdan küçük olan sayı çıkarılır ve sonuca mutlak değerce büyük sayının işareti verilir.
-

İkinci açık uçlu soru formunda ise öğretmen adaylarının bir matematiksel düşüncenin doğruluğunu anlama ve yorumlama becerileri ile bazı matematiksel kavramları semboller yardımıyla ifade etme becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla öğretmen adaylarına Argün, Arıkan, Bulut ve Halıcıoğlu'nun (2014) belirttiği açı ve kesir kavramlarına ait tanımlar ile bu tanımları kullanarak cevaplamaları gereken bazı sorular verilmiştir (Tablo 2). Ayrıca sembolik dil kullanımının matematiksel iletişimin önemli bir bileşeni olduğu göz önünde bulundurularak öğretmen adaylarının üçgen, çember ve daireyi sembolik dil kullanarak ifade etmeleri istenmiştir.

Tablo 2.

İkinci açık uçlu formda yer alan sorular

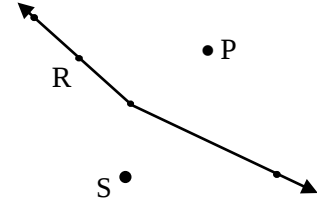
Tanım: A, B, C, düzlemde üç nokta olsun. O zaman $\widehat{ABC}$ açısı $[BA \cup [BC$ kümesi olarak tanımlanır.

$\widehat{ABC}$, bir E düzlemindeki bir açı ve $P \in E$ olsun. Eğer

1. P ve A, BC doğrusunun oluşturduğu iki yarı düzlemden birine ait ve aynı zamanda
2. P ve C, BA doğrusunun oluşturduğu iki yarı düzlemden birine ait ise o zaman P noktası $\widehat{ABC}$ nin içindedir denir. Açının üzerinde ve açının içinde olmayan noktaların kümesine $\widehat{ABC}$ nin dışı denir.

Yandaki şekilde $\widehat{EDF}$ açısı ve P, R, S noktaları verilmiştir.

- a. $R \in [DF]$ olduğuna göre D, E, F noktalarını şekil üzerinde gösteriniz.
- b. P, R, S noktalarının yeri hakkında ne söyleyebilirsiniz? Açıklamalarınızı tanıma dayalı olarak yapınız.



Tanım: $K = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid b \neq 0\}$ kümesinin her bir elemanına bir kesir denir.

K kümesi üzerinde bir “~” bağıntısı $(a, b) \sim (c, d) \Leftrightarrow a \cdot d = c \cdot b$ şeklinde tanımlansın. O zaman “~” bağıntısı K üzerinde bir denklik bağıntısıdır. “~” bağıntısına göre (a, b) nin denklik sınıfını $\frac{a}{b}$ şeklinde gösterelim. O zaman $\frac{a}{b}$ ’ye bir rasyonel sayı denir.

Böylece $\frac{a}{b} = \{(c, d) \mid (a, b) \sim (c, d) \text{ ve } (c, d) \in K\}$ denklik sınıfının elemanları birer kesirdir ve (a, b) kesrine denktir.

- a. Tanımı dikkate alarak $(8,6)$ kesrinin denklik sınıfını belirleyiniz.
- b. $\frac{-2}{6}$ rasyonel sayısını tanıma göre ifade ediniz.

Aşağıdaki kavramları tanımlayınız ve tanımlarınızı sembolik olarak ifade ediniz.

1. $\triangle ABC$ üçgeni
2. Merkezi (a, b) noktası, yarıçapı r olan bir çember
3. Merkezi (a, b) noktası, yarıçapı r olan bir daire

Hatırlatma: Merkezi (a, b) noktası, yarıçapı r olan bir çemberin denklemi $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ dir.

Hazırlanan sorular için bu alanda uzman bir öğretim üyesinin görüşlerinin alınması ile görüşme formunun kapsam geçerliği sağlanmıştır. Yapı geçerliğinin sağlanabilmesi için ise çalışma grubuna dâhil olmayan iki öğretmen adayı ile pilot görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Bu öğretmen adayları ile birbirlerinden ayrı olarak görüşülmüş ve bu görüşmeler ses ve görüntü kaydına alınmıştır. Bu görüşmelerde öğretmen adaylarından soruları sesli bir biçimde okumaları ve cevaplandırmaları

istenmiştir. Bu tekniğe sesli düşünme tekniği (think aloud) denmektedir (Archambault ve Crippen, 2009). Bu sayede soruların öğretmen adayları tarafından aynı biçimde anlaşılıp anlaşılmadığı incelenmiş ve anlam karmaşasına yol açacak noktalar tespit edilmeye çalışılmıştır. Pilot görüşmelerin sonunda öğretmen adaylarına görüşme formunda anlaşılmayan herhangi bir yer olup olmadığı sorulmuş ve görüşme formunun tamamı hakkında görüş/öneri belirtmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarından gelen geri dönütler neticesinde görüşme formunda birkaç biçimsel değişiklik (Örn. her bir sorunun bir sayfada olması) yapılmıştır.

Verilerin analizi

Birinci açık uçlu soru formunun analizinde Wahyuningrum ve Suryadi (2014) tarafından geliştirilen matematiksel iletişim becerisi rubriği üzerinde bazı değişiklikler yapılarak kullanılmıştır. Rubriğin orijinalinde öğrenci performansları beşe ayrılmış ve 0-4 arasında puan verilmiştir. Bu çalışmada bu performansların ilk dördü kullanılmış ve puanlamanın yanı sıra bu performanslara bir kategori ismi verilmiştir (Tablo 3). Öğretmen adaylarının matematiksel iletişim becerisi düzeyleri belirlendikten sonra düşüncelerini açıklarken hangi temsil biçimlerinden (örn. sözel ifade, şekil, özel örnek vb.) ne derecede faydalandıklarının incelenmesinde ise frekans analizinden faydalanılmıştır.

Tablo 3.
Matematiksel iletişim becerisini değerlendirme rubriği

Kategori	Açıklama
Cevap yok (0)	Öğretmen adayı soruya cevap vermemiş
Yanlış veya yetersiz cevap (0)	Öğretmen adayının verdiği cevap yanlış ya da verilen ifadenin aynısını cevap olarak yazmıştır
Düşük düzey iletişim (1)	Matematiksel dilin kullanımı (terimler, semboller, işaretler veya temsiller) en az seviyede etkili ve doğru
Orta düzey iletişim (2)	Matematiksel dilin kullanımı (terimler, semboller, işaretler veya temsiller) etkili, doğru ve ayrıntılı
Yüksek düzey iletişim (3)	Matematiksel dilin kullanımı (terimler, semboller, işaretler veya temsiller) oldukça etkili, doğru ve ayrıntılı

İkinci açık uçlu soru formunda açılı ile ilgili soruya verilen cevaplar “doğru”, “yanlış” ve “boş” kategorilerine ve öğretmen adaylarının doğru cevapları “tanımı kullananlar” ve “tanımı kullanmayanlar” olarak iki gruba ayrılmış ve her bir kategorinin frekansları belirlenmiştir.

İkinci formda yer alan son soruda ise öğretmen adaylarının sembolik dili kullanma dereceleri “boş”, “yanlış”, “kısmen doğru”, “doğru” kategorileri altında incelenerek her bir kategorideki frekanslar belirlenmiştir. Kesir tanımı ile ilgili sorularda boş bırakılma oranının ve yanlış cevapların fazla olması nedeni ile buradan elde edilen veriler değerlendirmeye alınmamıştır.

BULGULAR

Öğretmen adaylarının açık uçlu soru formlarına verdikleri cevaplardan elde edilen bulgular her bir form için ayrı ayrı verilmiştir.

Öğretmen Adaylarının Fikirlerini Yazılı Olarak İfade Ederken Kullandıkları Matematiksel Dil Yeterlilikleri

40 öğretmen adayının birinci açık uçlu soru formunda yer alan yedi maddeye cevap olarak verdikleri toplam 280 ifade Tablo 3'te verilen rubrik yardımıyla incelenmiştir. 280 ifade içinde yalnızca üç öğretmen adayı Madde 7 için hiçbir açıklama yapmamış, onun dışında boş bırakılan herhangi bir madde olmamıştır. Her bir madde için belirtilen ifadelerin yeterlilik düzeylerine göre frekansları Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4.

Öğretmen Adaylarının Yazılı Açıklamalarının Matematiksel Dil Düzeylerine Göre Frekansları

	Madde 1	Madde 2	Madde 3	Madde 4	Madde 5	Madde 6	Madde 7	Toplam
Cevap yok	-	-	-	-	-	-	3	3
Yanlış veya yetersiz cevap	2	13	10	19	3	14	15	76
Düşük düzey iletişim	32	8	22	14	13	15	7	111
Orta düzey iletişim	5	6	8	6	8	6	14	53
Yüksek düzey iletişim	1	13	0	1	16	5	1	37

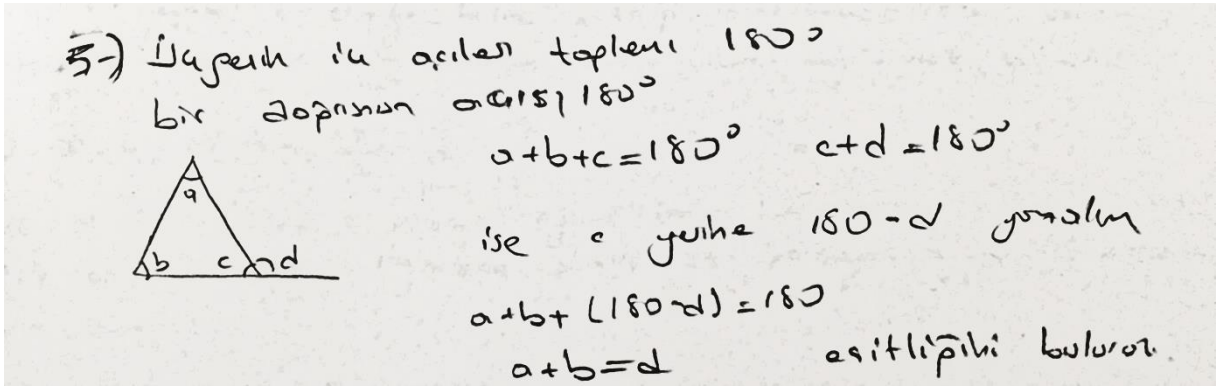
Tablo 4 incelendiğinde öğretmen adaylarının “*Madde 1: Bir eşitsizliğin her iki yanı negatif bir sayıyla çarpıldığında eşitsizlik yön değiştirir.*” ifadesine ilişkin gerekçelerini yazarken çoğunlukla düşük düzeyde matematiksel iletişim (n=32) sergiledikleri, yalnızca bir öğretmen adayının gerekçesini yazarken matematiksel dili etkili ve doğru kullandığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının “*Madde 2: Bir denklemde eşitliğin bir yanındaki terim diğer tarafa işaret değiştirerek geçer.*” ifadesine ilişkin gerekçelerinin düzeyleri iki farklı uça toplanmıştır. Yazılı matematiksel metinlerinde yanlış ya da yetersiz cevap veren öğretmen adayları (n=13) ile matematiksel dili etkili bir biçimde kullanan öğretmen adaylarının (n=13) sayısı birbirine eşittir.

Kesirlerle ilgili maddelerdeki (Madde 3, madde 4) gerekçelere bakıldığında öğretmen adaylarının sıralama sorusuna ilişkin gerekçelerinde çoğunlukla (n=22) düşük düzeyde matematiksel iletişim sergiledikleri ve hiçbir öğretmen adayının bu maddede matematiksel dili etkili, doğru ve ayrıntılı bir biçimde kullanamadıkları gözlemlenmiştir. Rasyonel sayılarda toplama/çıkarma işleminin algoritmasını açıklarken öğretmen adaylarının yarısına yakını (n=19) ya yanlış ya da yetersiz cevap

verirken yalnızca bir öğretmen adayı yüksek düzeyde matematiksel iletişim kategorisinde yazılı açıklama yapmıştır.

Üçgenin iç açıları ile ilgili beşinci maddede (Madde 5) ise diğer maddelerin aksine öğretmen adaylarının büyük çoğunluğu ($n=16$) matematiksel dili etkili ve doğru bir biçimde kullanmıştır. Tam sayılarla ilgili son iki maddeden “Madde 6: Negatif iki tamsayının toplamı negatiftir.” ifadesinin niçin doğru olduğuna yönelik yazılı açıklamaların en fazla düşük düzeyde ($n=15$), en az ise yüksek düzeyde ($n=5$) matematiksel iletişim performansı sergilediği görülmüştür. İşaretleri farklı iki tam sayının toplanmasına ilişkin maddede (Madde 7) ise öğretmen adaylarına ait açıklamalarda en çok ($n=15$) yanlış ya da yetersiz cevaplara rastlanırken sadece bir öğretmen adayının matematiksel dili etkili bir biçimde kullandığı görülmüştür.

“Bir üçgende bir dış açının ölçüsü kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüsünün toplamına eşittir. (Madde 5)” maddesine ilişkin yüksek düzey iletişim ve düşük düzey iletişime birer örnek Şekil 1 ve Şekil 2’de verilmiştir.



Şekil 1. Yüksek Düzey İletişime Bir Örnek

Şekil 1’de yazılı açıklaması verilen öğretmen adayı ilk olarak iç açıları toplamı ve doğru açının tanımını kullanmıştır. Öğretmen adayının şekil, terimler ve sembolleri içeren matematiksel dili doğru kullandığı görülmektedir.

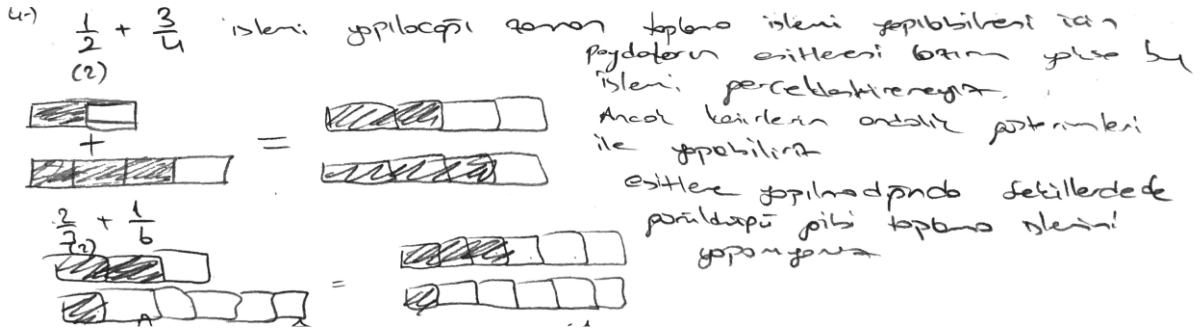
5) Bir üçgenin iç açıları toplamı 180° dir. İki iç açısı verilen bir üçgende diğer iç açısını 180° den çıkartarak buluruz. Aynı zamanda iç ve dış olan açılar (komşu) toplamı da 180° dir. Bundan dolayı iki iç aç kenisine komşu olmayan bir dış açığa eşittir.

Şekil 2. Düşük Düzey İletişime Bir Örnek

Şekil 2’de verilen yazılı açıklama bu konuda bilgisi olmayan biri için yeterli değildir. Çünkü cümlelerde eksik ifadeler (örneğin ikinci cümlede 180° den iki iç açının toplamının çıkartılması gerektiği belirtilmemiştir) bulunmaktadır ve cümleler arasında bağlantılar etkili değildir.

Yüksek veya orta düzeyde iletişim becerisi sergileyen öğretmen adayı sayısının özellikle Madde 1, Madde 3, Madde 4 ve Madde 6’da çok az olduğu görülmüştür. Yüksek düzeyde iletişimle en çok Madde 5 ve ardından Madde 2’de karşılaşmıştır. Düşük düzey iletişim becerisi ise en çok Madde 1’de ortaya çıkmıştır. Bu maddede negatif sayıyla çarpılan eşitsizlikte eşitsizliğin neden yön değiştirdiğinin açıklaması istenmiştir. Bu kuralın açıklanması için gerekli matematiksel bilgiye öğretmen adaylarının sahip olduğu düşünülmesine rağmen öğretmen adayları matematiksel açıdan geçerli ve etkili açıklamalar yapamamışlardır.

Yanlış ya da yetersiz cevabın en çok gözlendiği ifadeler Madde 4 ve Madde 7 olmuştur. Madde 4’te öğretmen adaylarından kesirlerde toplama veya çıkarma işlemi yapılırken neden payda eşitlenmesi gerektiğini açıklamaları istenmiştir. Bazı öğretmen adaylarının bu maddeye ilişkin açıklamalarında geçen “aynı bütünde olması gerekir”, “aynı bütünden bahsedebilmek için”, “bütünü eşitlememiz gerekir”, “elmanın çeyreği ile armudun çeyreği eşit değildir” gibi ifadeleri öğretmen adaylarının kesir konusunda bazı yanlışlarının olduğunu göstermektedir. Bu yanlışlar doğru ve etkili bir matematiksel iletişim için engel teşkil edebilir.



Şekil 3. Kesri genişletmenin bütünü genişletme olduğu yanlışlığı

Şekil 3’de verilen yazılı açıklamada öğretmen adayı paydaları farklı iki kesir için farklı büyüklükte bütünlere almış ve paydalarını eşitlemenin bütünlere eşitleme olduğunu düşünerek bütünlere eşit büyüklüğe getirmiştir.

Öğretmen Adaylarının Matematiksel Fikirlerini Yazılı Olarak İfade Ederken Kullandıkları Temsiller

Öğretmen adayları ilk formda yer alan yedi maddeye dair yazılı açıklamalar yaparken sözel ifade, özel örnek ve şekillerden yararlanmışlardır. Öğretmen adayları açıklamalarını yaparken sayısal

örnekler verip sadece bu sayılar üzerinden matematiksel ifadenin niçin doğru olduğunu göstermeye çalışmışlar ise bu tipteki açıklamalar özel örnek olarak kodlanmıştır. Bazı öğretmen adayları ifadelerinde bu tercih biçimlerinden birkaç tanesini aynı anda kullanmıştır. Öğretmen adaylarının fikirlerini aktarırken tercih ettikleri temsil biçimlerine dair frekanslar Tablo 5'te yer almaktadır.

Tablo 5.
Öğretmen Adaylarının Açıklamalarında Tercih Ettikleri Temsil Biçimlerinin Frekansları

	Madde 1	Madde 2	Madde 3	Madde 4	Madde 5	Madde 6	Madde 7
Sözel ifade	40	39	34	37	36	37	33
Özel örnek	28	25	33	20	6	22	26
Şekil	8	3	9	5	36	12	9

Tablo 5'te öğretmen adaylarının fikirlerini açıklarken en çok sözel ifadelerden, en az ise şekillerden faydalandıkları görülmektedir. Öğretmen adaylarının neredeyse tamamı her bir maddeyi açıklarken sözel ifadelerden yararlanmışlardır. Özel örnekten faydalanma durumlarına bakıldığında Madde 5'te diğer maddelere göre oldukça az sayıda özel örnek kullanılmıştır. Madde 5 dışındaki diğer maddelerde öğretmen adaylarının yarısından fazlası fikirlerini açıklarken özel örnek vermişlerdir ki bu maddelerin doğası gereği beklenen bir durumdur.

Şekillerden yararlanma durumları incelendiğinde Madde 5'te şekillerden faydalanma oranlarının diğerler maddelere göre oldukça fazla olduğu görülmüştür. Bu madde için tüm öğretmen adaylarının şekil çizimleri beklenirken 4 öğretmen adayı fikirlerini şekil kullanmadan ifade etmeyi tercih etmişlerdir. Kesirlerle ilgili olan Madde 3 ve Madde 4'te öğretmen adayları beklenilenden daha az oranda şekillerden faydalanmışlardır. Öğretmen adayları bu maddeler ile ilgili düşüncelerini açıklarken çoğunlukla verdikleri özel örnekleri açıklamayı tercih etmişlerdir.

Öğretmen Adaylarının Verilen Bir Matematiksel Tanımı Kullanma Düzeyleri

Öğretmen adaylarına uygulanan ikinci açık uçlu soru formunda öğretmen adaylarının matematiksel bir tanımlama anlama ve bu tanımlama yorumlama ve benzer durumlara uygulama becerilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bunun için öğretmen adaylarına açılım kavramının formal tanımı verilmiş ve bu tanımları kullanarak cevaplandırmaları gereken sorular verilmiştir. Açılım tanımı ile ilgili birinci sorunun a şıkında öğretmen adaylarından tanımlama ve $RE[DF]$ bilgisini kullanarak EDF açısında belirtilmemiş noktaları isimlendirmeleri beklenmiştir.

29 öğretmen adayı doğru, 9'u yanlış isimlendirme yapmış, 2'si ise isimlendirme yapmamıştır. Yanlış isimlendirme yapan öğretmen adaylarından 1'i farklı harflerle isimlendirme yapmış (D, E ve F harfleri yerine A, B ve C harflerini kullanmış), 2'si açılımın köşesini yanlış yerleştirmiş, 6'sı ise köşeyi doğru yerleştirmiş fakat kenarlar üzerindeki noktaları ters isimlendirmiştir.

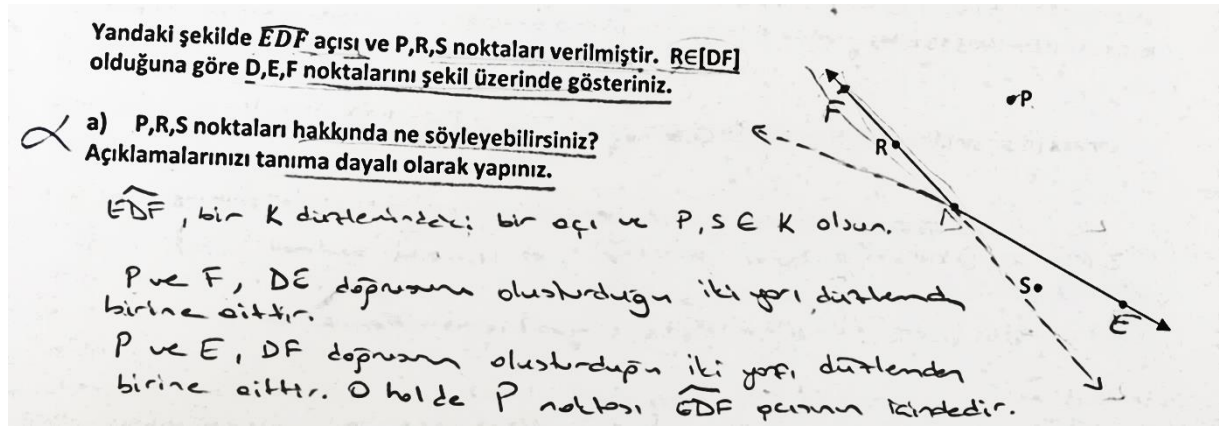
Açı ile ilgili sorunun b şıkında öğretmen adaylarından P (açının içinde), R (açının üzerinde) ve S (açının dışında) noktalarının açığa göre konumlarını kendilerine verilen tanımları göz önünde bulundurarak belirtmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarının verdikleri cevaplar her bir nokta için ayrı ayrı analiz edilmiştir. Her bir nokta için öğretmen adaylarının cevaplarının doğruluğu ve yaptıkları açıklamalarında tanımdan faydalanıp faydalanmadıkları analiz edilmiştir. Her bir nokta için öğretmen adaylarının verdikleri cevaplara dair frekanslar Tablo 6’de verilmiştir.

Tablo 6.

Noktaların yeri ile ilgili soruya ilişkin cevapların frekans analizi

	Doğru		Yanlış	Boş
	Tanımlı kullanan	Tanımlı kullanmayan		
P noktası	7	17	7	9
R noktası	-	13	18	9
S noktası	3	21	10	6

Doğru cevap olan “P noktası açının iç bölgesindedir” ifadesini belirten 24 öğretmen adayından 17’si tanımlı kullanmadan, önceki bilgilerine dayanarak doğru cevaplamışlardır. Şekil 4, tanımlı verilen duruma uygun bir biçimde uygulayan bir öğretmen adayının cevabını göstermektedir. Burada öğretmen adayı tanımdaki basamakları kendisine verilen durum için uyarlamıştır.



Şekil 4. Tanımın doğru kullanımı

“R noktası açının üzerindedir” doğru cevabını veren 13 öğretmen adayından hiçbirisi tanımlı kullanmamıştır. Bu öğretmen adayları önceki bilgileriyle doğru cevabı vermiş olabilirler. Tanımlı kullanarak doğru cevaba ulaşan öğretmen adayının olmamasının nedeninin tanımda açının üzerinde olma durumunun direkt olarak ifade edilmemesi olduğu tahmin edilmektedir.

Doğru cevap olan “S noktası açının dış bölgesindedir” ifadesini belirten 24 öğretmen adayından 21’i önceki bilgilerine dayanarak doğru cevaba ulaşmışlar, sadece 3’ü tanımlı kullanmaya çalışmıştır. Şekil 5’de tanımlı kısmen kullanan bir öğretmen adayının cevabı görülmektedir. Öğretmen

adayı DF doğrusunun oluşturduğu düzleme göre S ve F noktalarının konumunu doğru yorumlamış ancak DE doğrusunun oluşturduğu düzleme göre S ve E noktalarının konumunu doğru yorumlayamamıştır.

S ve F, DE doğrusunun oluşturduğu iki yarı düzlemlerden birine aittir. DE doğrusunun oluşturduğu iki yarı düzlemlerden birine aittir. O halde S noktası, ayağın üzerinde ve içinde olduğundan $\widehat{EDF}$ açısının dışıdır.

Şekil 5. Tanımın kısmen doğru kullanımı

Öğretmen Adaylarının Kavramları Tanımlamada Kullandıkları Temsiller ve Kullanma Düzeyleri

İkinci açık uçlu soru formunun son sorusunda öğretmen adaylarından bir ABC üçgenini, merkezi (a, b) ve yarıçapı r olan bir çemberi ve yine merkezi (a, b) ve yarıçapı r olan bir daireyi tanımlamaları ve sembolik olarak ifade etmeleri istenmiştir. Buradan elde edilen veriler, öğretmen adaylarının kavramları sembolik ve sözel olarak ifade etme yeterlikleri açısından analiz edilmiştir.

Tablo 7.

Tanımlama yapılması gereken kavramlara ilişkin öğretmen adayı cevaplarının sembolik ve sözel açıdan frekans analizi

		Boş	0 puan	1 puan	2 puan	3 puan
Üçgen	Sembolik (n=11)	29	4	5	1	1
	Sözel (n=30)	10	15	12	1	2
Çember	Sembolik (n=8)	32	3	3	1	1
	Sözel (n=23)	17	3	7	7	6
Daire	Sembolik (n=2)	38	1	1	0	0
	Sözel (n=25)	15	10	8	6	1

Öğretmen adayları üçgen, çember ve daire kavramlarını tanımlarken sembolik olarak tanımlamaları istense de sembolik dil, sözel ifadeler ve de şekillerden faydalanmışlardır. Bu nedenle öğretmen adaylarının tanımları sembolik dil, sözel ifadeler ve şekiller açısından ayrı ayrı değerlendirilmiştir. Kavramların sembolik tanımı olarak öğretmen adaylarından aşağıdaki gibi ifadeler beklenmiştir:

$\triangle$
ABC üçgeni: Doğrusal olmayan A, B, C noktaları için $[AB] \cup [BC] \cup [AC]$ kümesidir.

Merkezi (a, b) noktası, yarıçapı r olan bir çember: $\{(x, y): (x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2\}$

Merkezi (a, b) noktası, yarıçapı r olan bir daire: $\{(x, y): (x-a)^2 + (y-b)^2 \leq r^2\}$

Tablo 7'den görüldüğü üzere, üçgeni 11, çemberi 8 ve daireyi 2 öğretmen adayı sembolik olarak tanımlamaya çalışmıştır ancak üçgeni ve çemberi yalnızca 1 öğretmen adayı eksiksiz tanımlamışken daireyi sembolik olarak eksiksiz tanımlayan öğretmen adayı olmamıştır. Sözel tanımlamalara bakıldığında ise üçgeni 30, çemberi 23 ve daireyi 25 öğretmen adayının tanımlamaya çalıştığı ancak üçgeni 2, çemberi 6 ve daireyi yalnızca 1 öğretmen adayının eksiksiz tanımlayabildiği görülmüştür.

C. Aşağıdaki kavramları tanımlayınız ve tanımlarınızı sembolik olarak ifade ediniz.

1. $\triangle ABC$ üçgeni

Düzlemde farklı doğru 3 noktayı birleştirerek oluşan -
parçalarının oluşturduğu geometrik şekil,
 $[AB] \cup [AC] \cup [BC] = \triangle ABC$, A, B, C farklıdır.

Şekil 6. Sembolik dil ve sözel ifadelerin doğru kullanımı

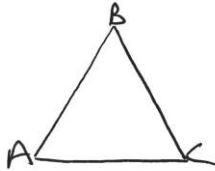
Şekil 6 incelendiğinde öğretmen adayının üçgeni hem sözel hem de sembolik olarak doğru ve eksiksiz tanımladığı; Şekil 7'de ise üçgenin tanımından ziyade üçgenin temel elemanlarından bahsedildiği görülmektedir.

C. Aşağıdaki kavramları tanımlayınız ve tanımlarınızı sembolik olarak ifade ediniz.

1. $\triangle ABC$ üçgeni

Köşeleri A, B, C noktaları olan üçgendir.

$[AB]$, $[BC]$ ve $[AC]$ olmak üzere üç kenarı vardır.
 $\hat{A}$, $\hat{B}$ ve $\hat{C}$ olmak üzere 3 açısı vardır.



Şekil 7. Yetersiz üçgen tanımı

Tablo 7 incelendiğinde öğretmen adaylarının daha çok sözel tanımlama yaptıkları, az sayıda öğretmen adayının sembolik olarak ifade etme çabasının olduğu ve öğretmen adaylarının kavramları tanımlamada (hem sözel hem de sembolik) genel olarak başarısız oldukları söylenebilir. Tanımlamalarda 2 veya 3 puan alan öğretmen adaylarının sayısına bakıldığında öğretmen adaylarının çemberi tanımlamada diğer kavramlara göre daha başarılı olduğu görülmüştür. Üçgen kavramını tanımlamada (hem sözel hem sembolik) ise oldukça yetersiz oldukları dikkat çekmiştir.

Bu üç kavram için öğretmen adaylarının çoğunluğunun (üçgen için 38, çember için 37, daire için 33 öğretmen adayı çizim yapmıştır) şekillerden de yararlandıkları görülmüştür (Tablo 8). Öğretmen adaylarının çizdikleri şekiller incelendiğinde bazı şekillerin tam doğru bir şekilde çizilmediği görülmüştür.

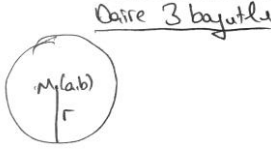
Tablo 8.

Öğretmen adaylarının üçgen, çember ve daire için çizdikleri şekillerin doğruluğuna dair frekans analizi

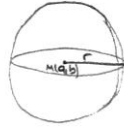
	Üçgen	Çember	Daire
Boş	2	3	7
Yanlış	0	0	3
Kısmen doğru	2	1	11
Doğru	36	36	19

Daire için üç yanlış çizim yapılmıştır ve tüm kavramlar için yapılan çizimlerde daire dışında yanlış çizim gerçekleşmemiştir. Üçgen için iki, çember için bir ve daire için ise 11 çizim kısmen doğru kabul edilmiştir. Kısmen doğru çizimler için kriter üçgen veya çemberde iç bölgenin taranmış, daire için ise taranmamış olmasıdır. Burada dikkat çeken nokta daire için verdiği cevabı yanlış olarak değerlendirilen 3 öğretmen adayının daire yerine küre çizmiş olmalarıdır. Daire için kısmen doğru çizim yapmış öğretmen adaylarından birinin “daire üç boyutludur” açıklaması da daire ile küreyi karıştırmış olabileceğini göstermektedir (Şekil 8).

3. Merkezi (a,b) noktası, yarıçapı r olan bir daire



3. Merkezi (a,b) noktası, yarıçapı r olan bir daire



Uzayda bir (a,b) noktasına uzaklığı aynı olan noktaların birleşimine daire denir.

Şekil 8. Daireye yönelik hatalı açıklama ve şekiller

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının yazılı matematiksel iletişim becerileri; matematiksel fikirlerin gerekçelendirilmesi, gerekçelendirme için yapılan açıklamalarda kullanılan matematiksel temsiller, matematiksel tanımları anlama ve sembolik ifade kullanma düzeyleri açısından incelenmiştir. Bu kapsamda öğretmen adaylarına iki farklı zamanda açık uçlu sorulardan oluşan iki ayrı form uygulanmıştır. Bu formlardan ilkinde öğretmen adaylarından ifade edilen matematiksel fikirlere dair yazılı olarak gerekçeler sunmaları istenirken ikincisinde ise aç kavramına yönelik tanımlar verilmiş ve öğretmen adaylarından bu tanımları göz önüne alarak bazı soruları cevaplandırmaları istenmiştir. Bununla birlikte ikinci formda öğretmen adaylarından üçgen, çember ve daireyi sembolik olarak tanımlamaları da istenmiştir.

Öğretmen adaylarının matematiksel iletişim becerileri değerlendirilirken literatürde önerildiği şekilde (Cai ve ark., 1996) matematiksel iletişimin niteliği ve temsili üzerinde durulmuştur. Öğretmen

adayları doğru düşünseler de matematiksel dili etkili bir biçimde kullanamamışlardır. Birinci formda yer alan sorulara ilişkin öğretmen adaylarının yazılı açıklamalarının niteliği incelendiğinde, öğretmen adaylarının açıklamalarının (n=280) %27'sinin (n=76) yanlış veya madde ile ilgisiz olduğu, yarıya yakınında (%40, n=111) matematiksel dilin düşük seviyede kullanıldığı, %19'unda (n=53) matematiksel dilin orta seviyede kullanıldığı ve %13'ünde (n=37) ise matematiksel dilin yüksek seviyede kullanıldığı görülmektedir. Bu sonuçlara bakıldığında öğretmen adaylarının çoğunlukla düşük seviyede matematiksel iletişim becerisine sahip oldukları söylenebilir ve bulgu literatürde de (Capraro ve Joffrion, 2006; Doğan ve Güner, 2012; Güner ve Gülten, 2016; Yeşildere, 2007) yer almaktadır.

Öğretmen adaylarından niçin doğru olduğunu gerekçeleri ile açıklamaları istenen maddeler çoğunlukla matematik derslerinde bilinmesi gereken kurallar olarak ele alınmıştır. Yang, Reys ve Reys (2007) öğretmen adaylarının kurala bağlı stratejileri benimsediklerini ve kendilerinden işlem yapmadan tahmin etmeleri istendiğinde bile kuralları kullanarak çözümlerini yazılı bir şekilde ifade ettiklerini belirtmiştir. Öğretmen adaylarının kural olarak öğrendikleri bu ifadelerin altında yatan mantığı açıklarken çoğunlukla ya yanlış/yetersiz cevap vermesi ya da matematiksel dili etkili kullanamamalarının nedeni kurala dayalı stratejileri benimsemiş olmaları olabilir. Ma (1999) ise öğretmenlerin kullandıkları işlemlerin niçin ve nasıl işe yaradığını açıklamada eksik bilgilerinin olduğunu dile getirmiştir. Bu ifadenin bu çalışmanın katılımcı öğretmen adayları için de geçerli olması muhtemeldir. Öğretmen adaylarının çoğunlukla düşük düzeyde matematiksel iletişim becerisine sahip olmalarının nedeni bu ifadelerde yer alan kavram ve konulara ilişkin eksik bilgileri olabilir.

Öğretmen adayları matematiksel fikirlerini en çok sözel (Güner ve Gülten, 2016), en az ise görsel temsiller aracılığıyla gerekçelendirmeye çalışmışlardır. Ayrıca kendilerine verilen matematiksel ifadelerin doğruluğunu göstermek için özel örnekler kullanmışlardır. Benzer şekilde, Köğçe'nin (2013) çalışmasına katılan öğretmen adayları "Ardışık herhangi üç sayının toplamı ortadaki sayının üç katına eşittir." ifadesinin doğruluğunu sayısal değerlerle kanıtlamanın yeterli olduğunu düşünmüşlerdir. Ayrıca, Demiray (2013) öğretmen adaylarının kanıt becerilerini incelemiş ve öğretmen adaylarının büyük bir kısmının ifadeyi doğrulamak için sayısal değerleri kullanmasından veya ifadeyi olduğu gibi tekrar etmesinden dolayı verilen ifadeleri doğrulamakta başarısız olduklarını dile getirmiştir. Kesirlerin öğretiminde görsel modellerin kullanımı önerilmesine rağmen (Baykul, 2000) öğretmen adayları kesirlerle ilgili üçüncü ve dördüncü maddede şekillerden çok fazla faydalanmamışlardır. Elde edilen bulgular öğretmen adaylarının matematiksel dil ve terminolojiyi kullanmaya çok da meyilli olmadıkları şeklinde yorumlanabilir.

Öğretmen adaylarının matematiksel tanımları anlama ve yorumlama becerileri incelendiğinde ise tanımları istenen seviyede kullanamadıkları görülmüştür. Alcock (2008) öğretmen adaylarının tanımların öneminin farkında olmadığını belirtmiştir. Öğretmen adaylarının tanımı dikkatli bir biçimde

okuyup ele almadıkları için açının tanımı ile ilgili soruda basit hatalar yaptıkları düşünülmektedir. Öğretmen adaylarının yarısından fazlası açığı doğru isimlendirirken %22,5'i doğru isimlendirmeyi gerçekleştirememiştir. Yanlış isimlendiren öğretmen adaylarının yarısından fazlası açının köşesinin doğru isimlendirmiş fakat kenarlar üzerindeki noktaları ters yerleştirmişlerdir. Başka bir deyişle, zihinlerinde açı ile ilgili prototip ve kavram imajına bağlı kalarak tanımı dikkatli bir biçimde ele almamış olabilirler. Cunningham ve Roberts (2010) öğretmen adaylarının kavram imajlarının kavram tanımlarını doğru bir biçimde algılamalarını engelleyebildiğini belirtmiştir. Bu yorumu destekleyecek biçimde, verilen noktaların açının üzerinde, içinde veya dışında olup olmadığına dair doğru karar veren öğretmen adaylarının yalnızca %17'si tanımı kullanmıştır.

Araştırmanın son kısmında öğretmen adaylarından üçgen, çember ve daireyi sembolik olarak ifade etmeleri istenmiştir. Sembolik dili kullanmak yerine öğretmen adayları çoğunlukla şekillerden faydalanmayı tercih etmişler ve şekilleri genellikle doğru bir biçimde kullanmışlardır. Benzer şekilde, Güner ve Gülten (2016) öğretmen adaylarının büyük bir kısmının dörtgenleri sembolik notasyonları kullanarak ifade etmede başarısız olduğunu gözlemlemişlerdir. Capraro ve Joffrion (2006) öğretmen adaylarının matematiksel notasyonları istenen seviyede etkili kullanamadıklarını belirtmiştir. Bu kısımdan elde edilen bulgular da çalışmanın önceki bulguları ile uyumludur. Başka bir deyişle, öğretmen adayları matematiksel dil ve terminolojiyi kullanmayı fazla tercih etmemişlerdir. Ancak birinci formda yer alan maddelere ilişkin gerekçelerini açıklarken görsel temsillerden en az seviyede faydalanmış olsalar da üçgen, çember ve daireyi çoğunlukla görsel temsiller aracılığıyla ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının tercih ettiği temsil biçimleri matematiksel fikrin yapısı ile yakından ilgili olabilir. Geometri kavramları gibi doğası gereği içerisinde görselleri çokça barındıran matematik fikirlere dair gerekçelerini açıklarken görsel temsilleri daha çok kullanırlarken, rasyonel sayılar, tam sayılar ya da eşitsizlik gibi kavramları barındıran matematiksel fikirlere dair gerekçelerinde ise değer vermeyi kullanmışlardır.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel dili etkili bir biçimde kullanamadıkları ve geometrik kavramlar için çoğunlukla görsel temsilleri doğru bir biçimde kullandıkları sonuçlarına ulaşılmıştır ki bu sonuçlar literatür ile uyum göstermektedir (Moore, 1990; Baker ve Campbell, 2004; Uğurel, Moralı, Koyunkaya ve Karahan, 2016). Ancak bu çalışma öğretmen adaylarının yazılı açıklamaları ile sınırlıdır. Öğretmen adaylarının yazılı açıklamalarından elde edilen veriler ile niçin bazı temsilleri daha çok tercih ettikleri, niçin tanımları etkili seviyede kullanamadıkları ve sembolik olarak ifade etmeyi niçin çok tercih etmediklerine dair yorum yapılması oldukça güçtür. Bu nedenle gelecekteki çalışmalarda verilerin görüşmeler aracılığıyla toplanması ile öğretmen adaylarının düşüncelerinin daha derin ve detaylı bir biçimde açığa çıkarılması sağlanabilir. Bu çalışmadan elde edilen veriler ışığında, öğretmen adaylarının matematiksel fikirlerini yazılı bir biçimde ifade edecekleri etkinliklerle daha fazla meşgul olmalarını, matematiksel dilin kullanımına ilişkin akran ve

uzman değerlendirmesi ile matematiksel dili kullanma düzeylerinin farkına varmalarını ve tanımlar üzerinde durarak tanımların temel bileşenlerini kavramalarını ve farklı durumlara yorumlamalarını sağlayacak bir öğretim programı düzenlenmesi önerilebilir.

KAYNAKLAR

- Alcock, L. (2008). Mathematicians' perspectives on the teaching and learning of proof. *CBMS Issues in Mathematics Education*, 16, 73-100.
- Archambault, L., & Crippen, K. (2009). Examining TPACK among K-12 online distance educators in the United States. *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 9(1), 71-88.
- Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. ve Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel Matematik Kavramların Künyesi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Baker, D. & Campbell, C. (2004). Fostering the development of mathematical thinking: observations from a proofs course. *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 14(4), 345-353.
- Baykul, Y. (2000). *İlköğretimde Matematik Öğretimi: 1-5. Sınıflar İçin*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.
- Borasi, R., & Rose, B. J. (1989). Journal writing and mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 20(4), 347-365.
- Cai, J., Jakabcsin, M. S., & Lane, S. (1996). Assessing students' mathematical communication. *School Science and Mathematics*, 96(5), 238-246.
- Capraro, M. M. & Joffrion, H. (2006). Algebraic equations: can middle-school students meaningfully translate from words to mathematical symbols? *Reading Psychology*, 27 (2), 147-164.
- Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn, Grades K-6*. Sausalito, CA: Math Solutions.
- Colwell, J., & Enderson, M.C. (2016). "When I hear literacy": Using pre-service teachers' perceptions of mathematical literacy to inform program changes in teacher education. *Teaching and Teacher Education*, 53, 63-74.
- Cunningham, F. & Roberts, A. (2010). Reducing the mismatch of geometry concept definitions and concept images held by pre-service teachers. *IUMPS The Journal*, 1, 1-17.
- Demiray, E. (2013). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının matematiksel ispat başarı düzeylerinin ve yanlış anlamlandırma nedenlerinin incelenmesi* (Unpublished Master Thesis). Middle East Technical University, Ankara, Turkey.

- Doğan, M., ve Güner, P. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematik dilini anlama ve kullanma becerilerinin incelenmesi. *X. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi, Niğde Üniversitesi, Niğde.*
- Fennema A., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 147-164). New York: Macmillan Publishing Company.
- Gay, A. S. (2008). Helping teachers connect vocabulary and conceptual understanding. *Mathematics Teacher*, 102(3), 218-223.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. Teachers College Press, Teachers College, Columbia University.
- Güner, R. P., & Gülten, D. Ç. (2016). Pre-service primary mathematics teachers' skills of using the language of mathematics in the context of quadrilaterals. *International Journal on New Trends in Education & Their Implications*, 7(1), 13-27.
- Hiebert, J. (1992). Reflection and communication: Cognitive considerations in school mathematics reform. *International Journal of Educational Research*, 17(5), 439-456.
- Kabasakalian, R. (2007). Language and thought in mathematics staff development: A problem probing protocol. *Teachers College Record*, 109(4), 1-21.
- Kaya, D., & Aydın, H. (2016). Elementary mathematics teachers' perceptions and lived experiences on mathematical communication. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(6), 1619-1629.
- Kenney, J. M. (2005). *Literacy strategies for improving mathematics instruction*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.
- Kosko, K. V., & Wilkins, J. L. M. (2010). Mathematical communication and its relation to the frequency of manipulative use, *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 5(2), 79-90.
- Kotsopoulos, D. (2007). Mathematics discourse. It's like hearing a foreign language. *Mathematics Teacher*, 101(4), 301-305.
- Köğçe, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının ispatın matematik öğrenmeye katkısı ile ilgili görüşleri ve ispat düzeyleri. *International Periodical for the Languages, Literature and History of Turkish and Turkic*, 8(12), 765-776.

- Lomibao L., Luna, C.A., & Namoco, R.A. (2016). The influence of mathematical communication on students' mathematics performance and anxiety. *American Journal of Educational Research*, 4(5),378-382.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3-11.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıf) öğretim programı*. 13.04.2016 tarihinde <http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72> adresinden erişilmiştir.
- Mooney, C., Briggs, M., Gomm, R., Hansen, A., & McCullouch, J. (2012). *Primary mathematics: Teaching theory and practice*. Exeter: Learning Matters.
- Moore, R. C. (1990). *College students' difficulties in learning to do mathematical proofs* (Unpublished PhD dissertation). University of Georgia, Athens, USA.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1995). *Assessment standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics (Vol. 1)*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Pape, S. J., Bell, C. V., & Yetkin, İ. E. (2003). Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 53(3), 179-202.
- Pourdavood, R.G., & Wachira, P. (2015). Importance of mathematical communication and discourse in secondary classrooms. *Global Journal of Science Frontier Research: F Mathematics and Decision Sciences*, 15(10), 9-20.
- Rajagukguk, W. (2016). Incorporating learning motivation and self-concept in mathematical communicative ability. *International Education Studies*, 9(4), 155-164.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: Looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46(1-3), 13-57.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.

- Sür, B., & Delice, A. (2016). The examination of teacher student communication process in the classroom- mathematical communication process model. *SHS Web of Conferences*, 26, 01059. DOI: 10.1051/shsconf/20162601059.
- Uğurel, I., Morali, S., Koyunkaya, M. Y., & Karahan, Ö. (2016). Pre-service secondary mathematics teachers' behaviors in the proving process. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(2).
- Wahyuningrum, E., & Suryadi, D. (2014). Association of mathematical communication and problem-solving abilities: Implementation of MEAs strategy in junior high school, *SAINSAB*, 17, 38-50.
- Yang, D. C., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2009). Number sense strategies used by pre-service teachers in Taiwan. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 7(2), 383-403.
- Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 24(2), 61-70.

EXTENDED ABSTRACT

Mathematical communication skills help teachers to present mathematical ideas both in oral and written form, make implication and evaluation, represent ideas in different models, and to use terms, notations, and mathematical structures to explain the relations among these models. Mathematical communication is a necessary tool to promote students' mathematical thinking, conceptual learning, problem-solving skills, reasoning skills, learning motivation and self-concepts and to decrease their mathematical anxiety. Mathematical communication skills are given in the Turkish National Curriculum as one of the learning outcomes (MEB, 2013). The indicators related to mathematical communication are stated as follows in curriculum:

- ✓ Being aware of mathematics as a language having its own symbols and terminology
- ✓ Using mathematical symbols and terms accurately
- ✓ Using mathematical language effectively in mathematics, in different disciplines and, in daily lives
- ✓ Stating mathematical ideas by using different representations such as concrete models, figures, pictures, graphs, tables, symbols etc.
- ✓ Stating mathematical thoughts both orally and in written form
- ✓ Relating daily language with mathematical language and symbols, and relating mathematical language and symbols with daily language
- ✓ Interpreting the meaning and accuracy of mathematical ideas

On the other hand, evaluation of mathematical communication should also be a part of mathematical evaluation, because mathematical communication is necessary for learning, understanding and doing mathematics. The main purpose of this study is to investigate the written mathematical communication skills of pre-service mathematics teachers (PSMT). The research questions are as follows;

1. To what extent PSMTs use mathematical language in their written explanations?
2. Which representations do PSMTs use in their written explanations?
3. How are PSMTs' levels of interpreting and implementing a mathematical definition?
4. Which representations do PSMTs use when they are expressing geometrical concepts?

The participants of this qualitative study were 40 junior PSMTs. Two forms consisting of open-ended questions were used to collect data. In the first form, seven well-known mathematical statements from textbooks were given and PSMTs were asked to explain why the statements were true. In the second form, PSMTs were given the definition of the angle and the fraction and were asked to answer some questions based on the definitions. They were also asked to express triangle, circle and circular region symbolically.

Content analysis of the data focused on the level of participants' written mathematical communication and the representations they used in their written mathematical explanations in the first form. Data from the second form was analyzed to reveal how accurately participants use definitions and how effectively they used mathematical language symbolically.

Participants had a low-level of mathematical communication skills for item 1, which is related to the concept of inequalities ($n=32$). Only one of the participants used the mathematical language effectively and accurately. The number of the participants who gave a wrong or inadequate response ($n=13$) was equal to the number of the participants who used the mathematical language accurately and effectively ($n=13$) for the second item related to the concept of equations. Participants displayed a low-level of mathematical communication ($n=22$) for items 3 and 4 related to the concept of fractions. Approximately half of the participants ($n=19$) gave wrong or inadequate responses for the item related to rational numbers. Only one made an explanation at a high-level of mathematical communication. Most of the participants ($n=16$) used mathematical language accurately and effectively in item 5, which was related to triangles. Most of the participants ($n=15$) displayed a low-level of mathematical communication for item 6 related to integers, and only a few of them ($n=5$) showed a high level of mathematical communication. Most of them ($n=15$) gave wrong or inadequate answers for item 7 related to the concept of integers. Only one of the candidates used mathematical language effectively.

The participants used written statements, numerical examples and figures while they were making explanations for the seven statements in the first form. They also used numerical examples to

explain why the given statement is true. Some of them only used these numerical examples. Some of the participants only used one type of representation, while some used more than one. The items in the first form mostly handled the rules that are essential in mathematics. The reason for the participants' incorrect or inadequate responses may be because of their over-reliance on rules. Alcock (2008) stated that pre-service teachers were not aware of the importance of definitions.

Participants were expected to name the undetermined points in an angle by using the definition of an angle. 29 of the participants placed the points correctly, nine placed them incorrectly, and two of them did not give a response. All the candidates were expected to place the points correctly based on the definition given to them. The failure of participants could stem from their inattention. However, 17 of the 25 participants gave the correct response based on their previous knowledge without using the definition. In another question, 11 participants tried to define triangle symbolically, eight tried to define circle symbolically, two tried to define a circular region symbolically, but only one gave the correct definition of a triangle and a circle. Participants mostly preferred to define these geometrical concepts using words.

This study focused on the quality of participants' written explanations and the representations in the explanations. Findings showed that participants could not correctly use mathematical language. They mostly used visual representation for the geometrical concepts. They mostly preferred to use figures instead of symbolic language. These findings are similar to the literature. However, the current study is limited to written explanations. It is difficult to reveal why the participants used certain representations, why they could not use definitions effectively, and why they did not prefer to use symbolic language. Data collected through interviews may give further and detailed information about these preferences in future studies.