

koordinatların (jeosantrik koordinatlar) dönüştürüleceği hesaplama yüzeyi Geodetic Reference System-1980 (GRS-80) elipsoididir.

Jeosantrik yersel dik koordinatların (Yer Merkez Yer Sabit koordinat sistemindeki koordinatlar) referans olarak kullanılacak yüzeyde karşılık gelen dik koordinatlarının bulunması gerekir. Bu işlemi yapmak için coğrafik koordinat sisteminin bir türevi olan jeodezik koordinatlara ihtiyaç vardır.

### Coğrafi Koordinat Sistemi ve Jeodezik Koordinat Sistemi

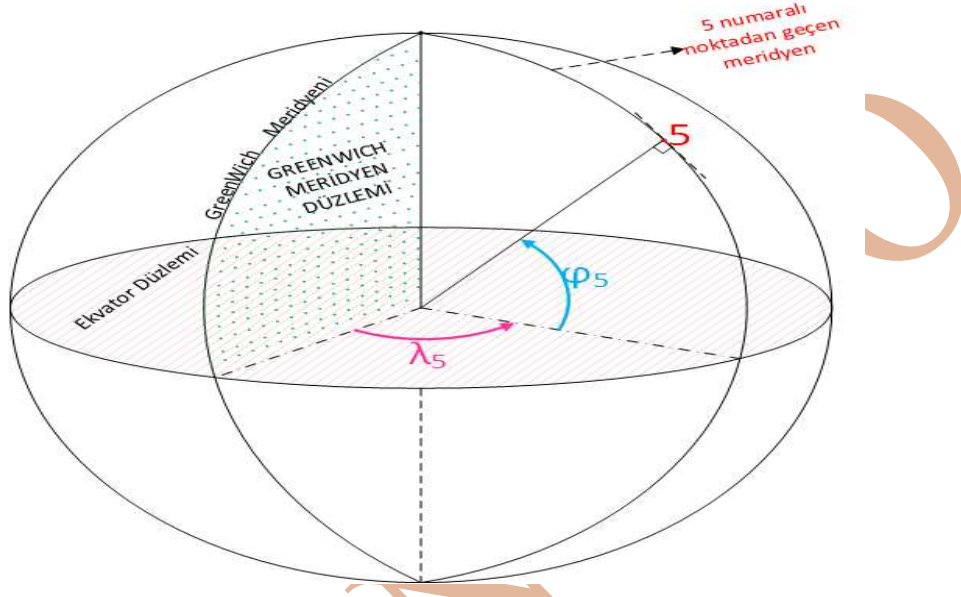
Jeosantrik Koordinatların (TUREF sistemine göre koordinatlar– Kartezyen Koordinatlar) harita düzlemine aktarılabilmesi için ilk önce jeosantrik koordinatların referans yüzeyindeki koordinatlarının bulunması gerekir. Fiziksel yeryüzü geometrisinin belirlenmesi (dünya şeklinin belirlenmesi) açısından bir hesap yüzeyine (dünya yerine kullanılacak projeksiyon işlemlerindeki hesaplama yüzeyi – dönel elipsoit) gerek olmadığı düşünülebilir, ancak (BAYKAL, 2009):

- Jeosantrik referans çerçevesindeki koordinat sisteminde elde edilmiş koordinatlar, doğrudan doğruya harita düzlem koordinatlara dönüştürülemediğinden (dönüştürmek için bir ara yüzey – dönel elipsoit kullanılmaktadır) yani düzlem haritaya aktarılamadığından,
- Çekül doğrultusunu temel alarak çalışan elektronik takeometre (total station), nivo gibi donanımlarla üretilen ölçüm değerlerini ve üretilen dik koordinatları, jeosantrik yersel koordinat sisteminde kullanarak yeni büyüklükler hesaplamak mümkün olmadığından referans yüzey kullanılır.

Ülkemizde, TUREF sisteminde elde edilmiş koordinatların GRS-80 dönel elipsoit yüzeyinde üzerindeki ifade edilecek koordinatlara dönüştürülmesi gerekir. Hesaplamalarda referans yüzey olacak elipsoidin ana (büyük) yarıçap ( $a$  eksen) değeri ve elipsoidin basıklık değeri ( $f$ ) gibi değerleri, dünyanın geometrik bilgilerine göre hesaplanır.

Dünya üzerindeki noktanın Jeosantrik koordinatlarından, referans yüzeyindeki koordinatlara dönüştürmek için ilk önce noktanın **Coğrafi Koordinatları** belirlenmelidir. *Şekil 10*, dünya yerine düzgün geometrik şekil olarak kürenin referans yüzey belirlenmesiyle oluşan noktanın coğrafik koordinatlarının temsildir. *Şekil 10*'de 5 numaralı noktanın coğrafik koordinatları olan  $\varphi_5$  enlemi ile  $\lambda_5$  boylam koordinatları temsili vardır. Noktanın Enlem koordinatı ( $\varphi_5$ ), 5 numaralı noktadan geçen yüzey normalinin (çekül doğrultusu) kürenin merkezi ile kesiştiği doğrunun ekvator düzlemi ile yaptığı açıdır. Noktanın Boylam koordinatı

( $\lambda_5$ ), başlangıç meridyeni olan Greenwich meridyenin oluşturduğu düzlem ile noktadan geçen (Şekil 10'de 5 numaralı noktadan geçen) meridyen düzlemi arasında kalan açıdır. Jeosantrik koordinat değerleri metrik birimde ifade edilirken, coğrafik koordinat değerleri açı değerindedir ve derece açı biriminde ifade edilir. Alman literatüründe enlem “Breite” (enlem) ve “Länge” (Boylam) kelimelerinin baş harfleri olan *B* ve *L* harfleriyle de ifade edilir (TORGE, 1991).

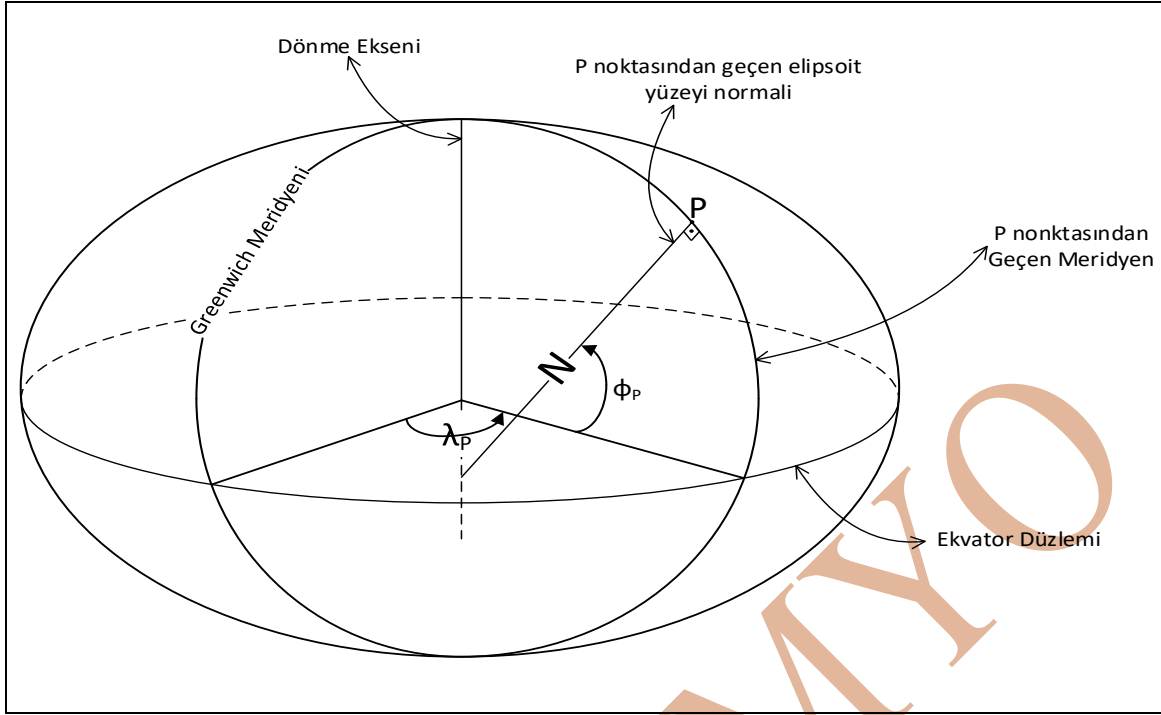


Şekil 10

Enlem koordinatları ekvator düzleminde  $0^\circ$  (sıfır derece) değeri olacak şekilde bu düzlemden itibaren kuzeye doğru pozitif (+) olarak artarken, güneye doğru negatif (-) değerlidir, fakat mutlak artış gösterir. Enlem değerleri,  $0^\circ$  ile  $+90^\circ$  aralığında kuzey enlem;  $0^\circ$  ile  $-90^\circ$  aralığında güney enlem değerleri arasındadır. Boylam koordinatları Greenwich başlangıç meridyeni  $0^\circ$  (sıfır derece) değeri olacak şekilde bu düzlemden doğuya doğru pozitif (+) olarak artarken, batıya doğru negatif (-) değer fakat mutlak artış gösterir. Boylam değerleri  $0^\circ$  ile  $+180^\circ$  aralığında doğu boylam;  $0^\circ$  ile  $-180^\circ$  aralığında batı boylam değerleri arasındadır.

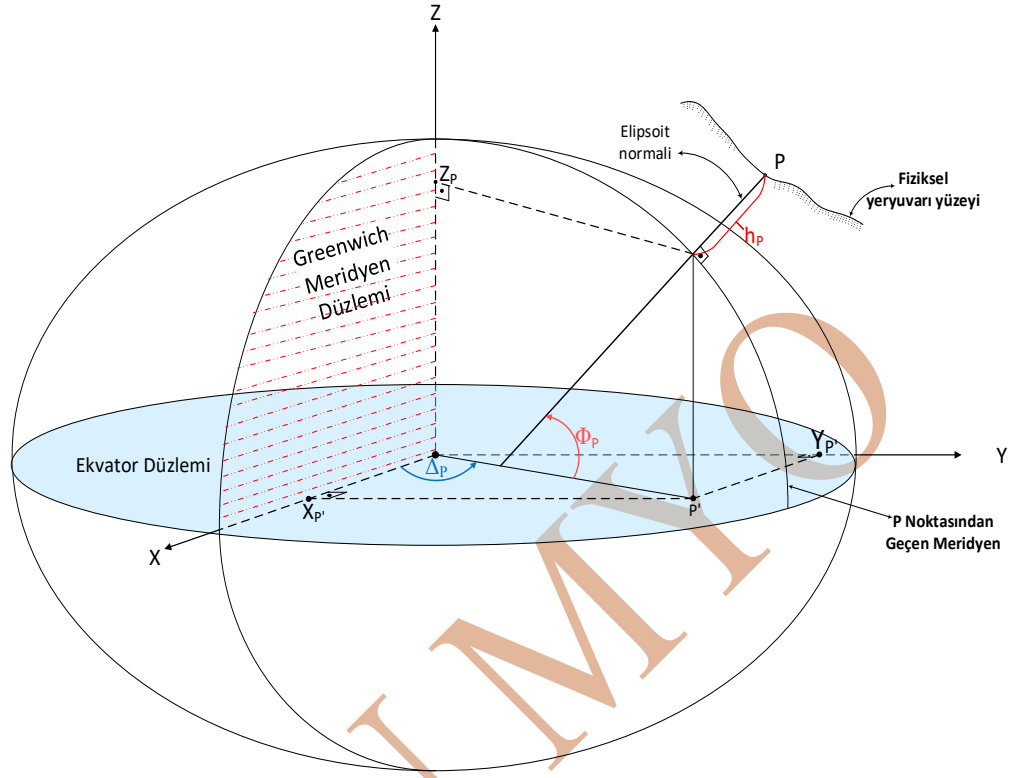
Coğrafi koordinat sistemi ilk tanımında referans yüzeyi olarak küre kullanılmıştı. Noktadan geçen çekül doğrultusu, kürenin merkezi ile birleşiyor. Çünkü kürenin yarıçapı sabittir, küre yüzeyi üzerindeki her noktanın çekül doğrultusu (noktadan geçen düşey ve yüzeye dik doğrultu) küre merkezi ile birleşir.

Referans yüzey olarak elipsoit kullanıldığında noktadan geçen çekül doğrultusu (elipsoit normali) elipsoit merkezinden geçmez (Şekil 11).



Şekil 11

Elipsoit tam küre değildir, kutup noktalarından basıklığı vardır. Elipsoit yüzeyi üzerindeki noktaların enlem ve boylam açı artış yönleri ve koordinat oluşum mantıkları aynıdır. Fakat noktaların koordinatları artık coğrafi koordinatlar yerine **JEODEZİK KOORDİNATLAR** olarak ifade edilecektir. Şekil 12 elipsoit yüzeyi üzerindeki P noktasından geçen çekül doğrultusunun (elipsoit normalini) ekvator düzlemi ile yaptığı açıya **jeodezik enlem** denir (Şekil 12,  $\phi_p$ ). Şekil 12 elipsoit yüzeyi üzerindeki P noktasından geçen meridyeni ile başlangıç meridyeni olan Greenwich Meridyeni arasında kalan açıya **jeodezik boylam** denir. Teknik kitaplarda coğrafi koordinat değerlerinden enlem küçük Phi  $\phi$  (veya B), boylam küçük lamda  $\lambda$  (veya L) ile gösterilirken, jeodezik koordinat değerlerinden enlem büyük Phi  $\Phi$  (Şekil 12), boylam büyük lamda  $\Delta$  (Şekil 12) ile gösterilir. Jeodezik koordinatlar da 3 boyutludur. Yükseklik değeri **h** ile gösterilir ve elipsoit yüksekliği olarak ifade edilir (Şekil 12, **h**). Şekil 12 hem jeosantrik koordinatlar ( $X_p, Y_p, Z_p$ ) hem de jeodezik koordinatlar ( $\Phi_p, \Delta_p, h_p$ ) gösterilmiştir.



Şekil 12

### Jeodezik Koordinat Sistemi ile Jeosantrik Yersel Koordinat Sistemi Arasındaki Geometrik İlişki

Jeodezik koordinat sisteminde:

- Dünya yerine dünyayı temsil eden referans yüzeyi dönelel elipsoittir,
- Koordinat sisteminde bir noktanın jeodezik koordinatları enlem ( $B$  veya  $\Phi$ ) ve boylam ( $L$  veya  $\Delta$ ) açı değerleri ile ifade edilir,
- Koordinat sisteminin başlangıcı yeryuvarının (Dünya) ağırlık merkezi ile çakışık olan referans yüzey olan dönelel elipsoidin merkezi olarak belirlenmiştir.

Jeosantrik koordinat sisteminde:

- Dünya yerine dünyayı temsil eden referans yüzeyi dönelel elipsoittir,
- Koordinat sisteminde bir noktanın koordinat değerleri  $X$ ,  $Y$  ve  $Z$  eksenlerindeki koordinat değerleriyle ifade edilir, koordinat değerleri metre uzunluk birimiyle ifade edilir,
- Koordinat sisteminin başlangıcı yeryuvarının (Dünya) ağırlık merkezi ile çakışık olan referans yüzey olan dönelel elipsoidin merkezi olarak belirlenmiştir.

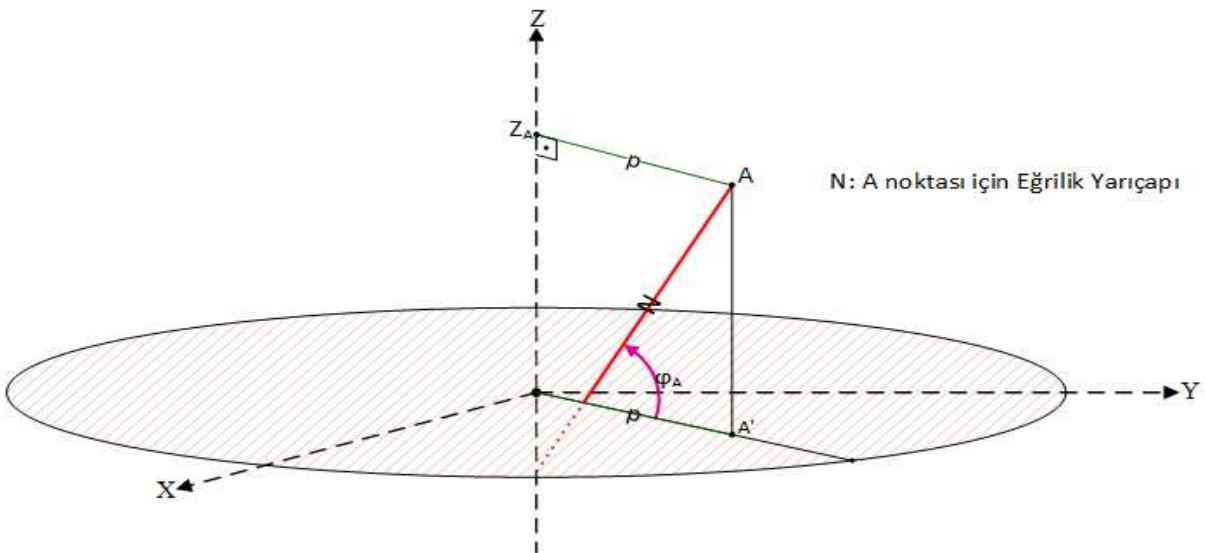
### Jeosantrik Referans Çerçevesi Koordinatların (Kartezyen koordinatların ya da TUREF koordinatların) Harita Düzlem Koordinatlarına Aktarım Süreci:

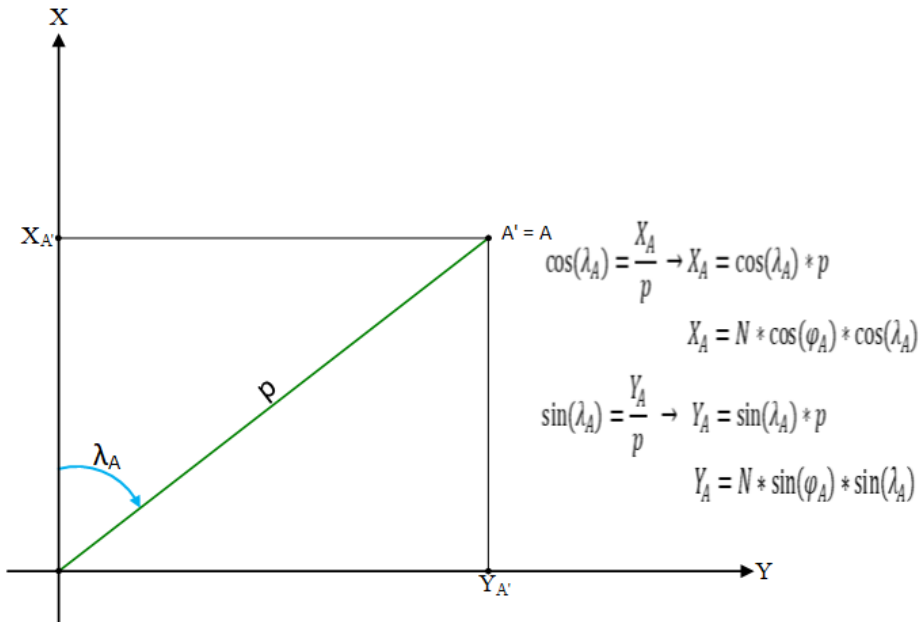
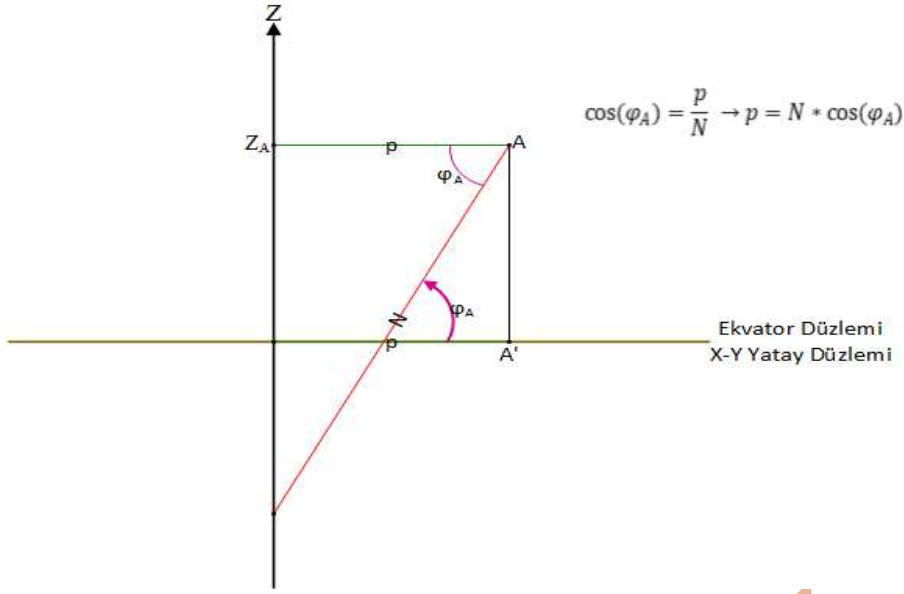
Eğer çalışmamızda Jeosantrik Koordinatlar (Yer Sabit Yer Merkez Koordinatlar – Kartezyen Koordinatlar) mevcutsa ve bu koordinatların harita düzlem koordinatlarına dönüştürülmesi gerekiyorsa:

- 1) Jeosantrik koordinatlar geometrik olarak dönüştürülebilecekleri jeodezik koordinatlara (Jeodezik enlem, Jeodezik Boylam, Elipsoit yüksekliği) dönüştürülmelidir.
- 2) Jeodezik koordinatlar, *projede kullanılan projeksiyon* ve *kullanılan referans yüzeyi* (örneğin elipsoit: GRS-80 elipsoidi) dikkate alınarak düzlem koordinatlara (Kuzey yönde artan X koordinatı – Yukarı koordinat ve Doğu yönde artan Y koordinatı – Sağa Koordinat) dönüştürülmelidir.

### Jeodezik Koordinatlar (Enlem – Boylam Koordinatları) ile Jeosantrik Koordinatlar (Yer Sabit Yer Merkez Koordinatlar) Arasındaki Matematiksel Formüller:

Yukarıdaki işlem sırasına göre ilk olarak jeosantrik koordinatlardan (TUREF sisteminde elde edilmiş koordinatlardan – Kartezyen koordinatlardan) jeodezik koordinatlara dönüştürülmelidir. Bu sayede nokta koordinatı elipsoit yüzeyi üzerinde jeodezik koordinatlarla (jeodezik enlem, jeodezik boylam ve jeodezik yükseklik) ifade edilecektir. İşlemlerde kolaylık olması karışıklığın giderilmesi için jeodezik koordinat değerlerini ifade ederken büyük latin harfleri ( $\Phi$ ,  $\Delta$ ) yerine ( $\phi$ ,  $\lambda$ ) ifadeleri kullanılmıştır.





Tablo 1 (Özbenli, 2001)

$B = \varphi = \text{Enlem}$
$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \rightarrow \text{birinci eksentrisite}$
$\frac{b}{a} = \sqrt{1 - e^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + e'^2}} = \frac{e}{e'}$
$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \rightarrow \text{ikinci eksentrisite}$
$\frac{a^2}{b} = c = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2}}$

$\eta^2 = e'^2 * (\cos(B))^2$
$V = \sqrt{(1 + e'^2 * (\cos(B))^2)} = \sqrt{(1 + \eta^2)} = \text{Enlemin kullanıldığı bir fonksiyonu}$
$W = \sqrt{(1 - e^2 * (\sin(B))^2)} = \text{Enlemin kullanıldığı bir fonksiyonu}$
$N = \frac{a}{w} = \frac{c}{V} = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 * (\sin(B))^2)}}$

Tablo 2 (Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger, & Collins, 1994) jeodezik koordinatlardan jeosentrik koordinatların hesabı

$X = (N + h) * \cos(\varphi) * \cos(\lambda)$
$Y = (N + h) * \cos(\varphi) * \sin(\lambda)$
$Z = ((1 - e^2) * (N + h)) * \sin(\varphi) = ((1 - f)^2 * N + h) * \sin(\varphi)$
$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 * (\cos(\varphi))^2 + b^2 * (\sin(\varphi))^2}} \text{ eğrilik yarıçapı}$

Tablo 3 (Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger, & Collins, 1994) Jeosentrik koordinatlardan jeodezik koordinatların hesabı

$\tan(\lambda) = \frac{Y}{X} \rightarrow \lambda = \tan^{-1}(Y/X) \rightarrow \text{Boylam}$
$p = \sqrt{(X^2 + Y^2)}$
$\tan(\varphi_{(0)}) = (Z/p) * (1 - e^2)^{-1} \rightarrow \varphi_{(0)} = \tan^{-1}((Z/p) * (1 - e^2)^{-1})$
$N_{(0)} = a^2 / \left( \sqrt{a^2 * (\cos(\varphi_{(0)}))^2 + b^2 * (\sin(\varphi_{(0)}))^2} \right)$
$h = \frac{p}{\cos(\varphi_{(0)})} - N_{(0)} \rightarrow \text{Elipsoid Yüksekliği}$
$\varphi = \tan^{-1} \left( (Z/p) * (1 - e^2 * (N_{(0)}/(N_{(0)} + h))) \right)$

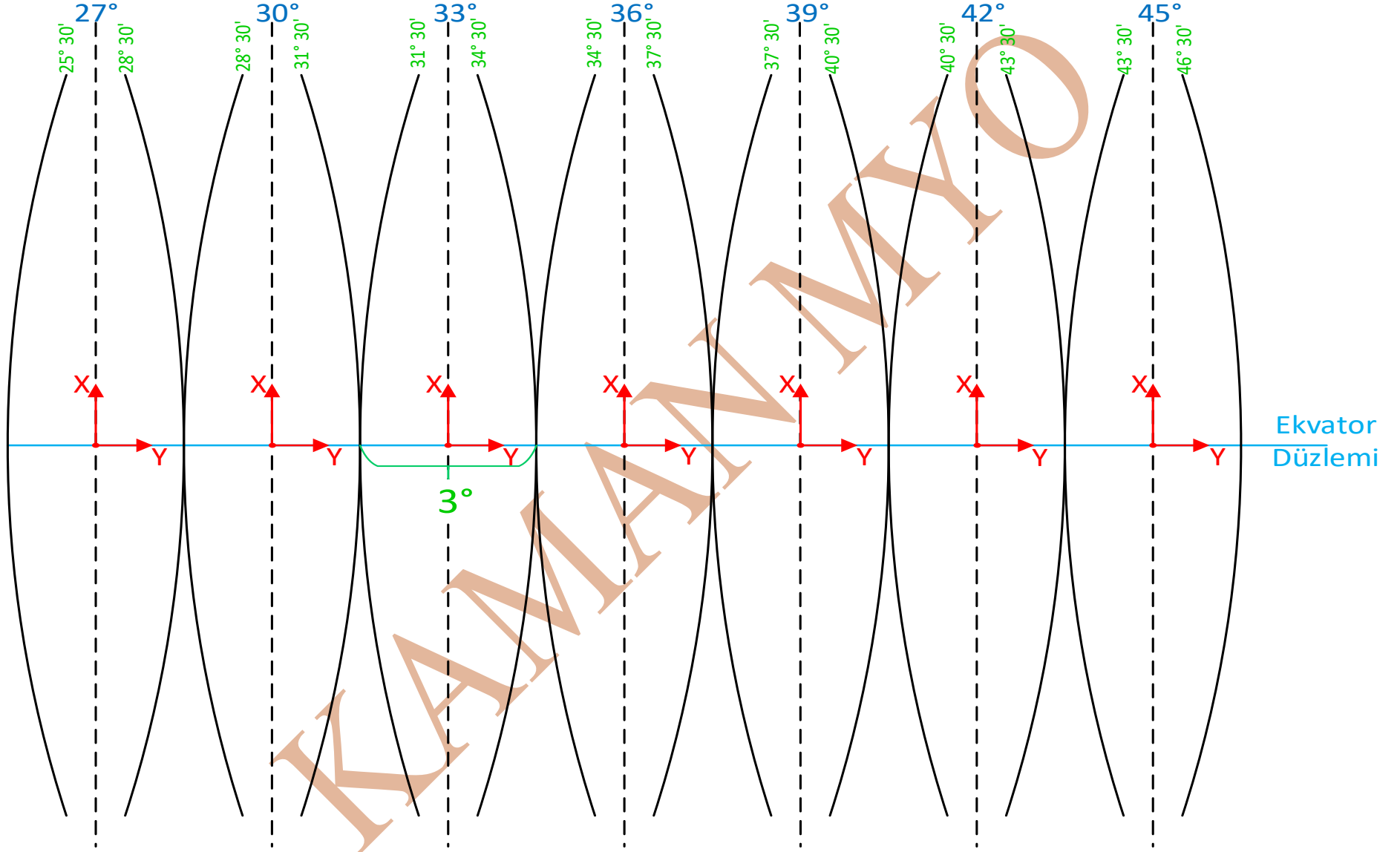
İkinci işlem adımında elde edilen jeodezik koordinatlar ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ) kullanılacak projeksiyon yardımıyla harita düzlem koordinatlarına dönüştürülür. Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği 10. Madde 1. bendinde “Bu Yönetmelik kapsamında hesaplanacak koordinatlar, **TUREF’e dayalı olarak**, GRS80 elipsoidi ve Transvers Mercator (TM) izdüşümünde üç derecelik dilim esasına göre belirlenir.” belirtmiştir. Elimizdeki jeodezik koordinatlar 3 derecelik Universal Transverse Mercator projeksiyonu (ya da yönetmelikte

olduğu gibi Transverse Mercator projeksiyonu) kullanılarak yardımcı yüzey olan d6nel silindire izdüşüm koordinatları elde edilecek. Transverse Mercator (3 derecelik UTM) projeksiyonu sisteminde tüm dünyayı saran 3° aralıklı dilimler mevcuttur. Türkiye bu dilimlerden 7 tanesi arasında kalmaktadır (Şekil 13). Şekil 13 hem dilimlerin dilim orta meridyenlerinin (27°, 30°, 33°, 36°, 39°, 42°, 45°) hem de dilimlerin sınır meridyenlerin boylam değerleri gösterilmiştir.

Dikkat edilirse her dilimin dilim orta meridyeninin ekvator düzlemini tasvir eden çizgiyi kestiği noktada (dilim içinde) harita düzlem koordinatlarını ifade eden kırmızı renkteki X – Y eksenleri yeniden çizilmiştir. Bunun anlamı, her dilim içinde harita düzlem koordinat sistemi yeniden başlıyor. TM projeksiyonu kullanılarak, Jeodezik koordinatlardan (jeodezik enlem ve jeodezik boylam) harita düzlemindeki izdüşüm koordinatları hesaplanırken, noktanın bulunduğu dilime göre hesaplama yapmak gerekir. Çünkü her dilim içinde harita düzlem koordinat sistemi yeniden sıfırdan başlıyor.

KAMAN MYO





Şekil 13

## Jeodezik Enlem Boylam Değerlerinden, Tek Değişkenli Seriler Yöntemi ile Gauss – Kruger Koordinatlarının ve Harita Düzlem Koordinatlarının Hesaplanması

### Bilinenler:

- B: Noktanın Enlem Değeri,
- L: Noktanın Boylam Değeri
- $L_0$ : Noktanın Bulunduğu UTM diliminin dilim orta meridyeni

### İstenenler:

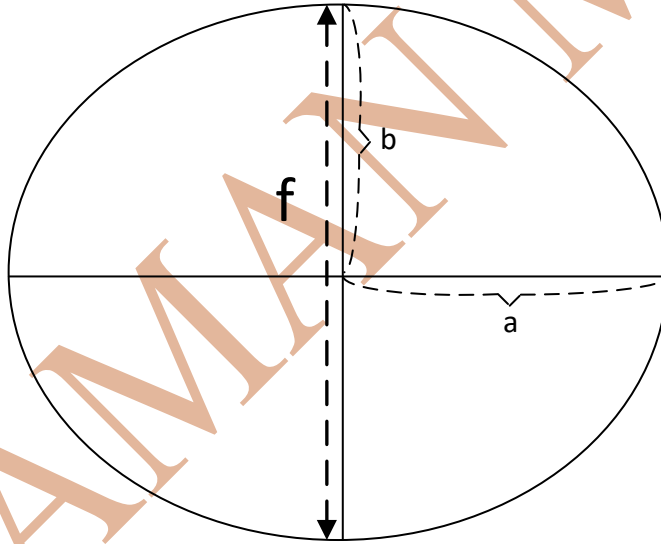
- Noktanın GRS – 80 elipsoidinde Kartezyen Gauss – Kruger Projeksiyon koordinatları olan  $X_g$  ve  $Y_g$  koordinatları.
- Noktanın TM projeksiyon sistemindeki YUKARI ve SAĞA koordinatları

GRS – 80 Referans Elipsoidi Parametreleri

a = büyük yarıçap = 6378137.000 m

b = küçük yarıçap = 6356752.3141 m

f = 1/298.257222101



$$f = \frac{a-b}{a}, \quad c = \frac{a^2}{b}, \quad e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}, \quad e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}, \quad \rho = \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$t = \tan(B) \quad \eta^2 = e'^2 * \cos^2(B) \quad V = \sqrt{(1 + \eta^2)} \quad N = \frac{c}{V}$$

$$A' = c * \left( 1 - \frac{3}{4} * e'^2 + \frac{45}{64} * (e'^2)^2 - \frac{175}{256} * (e'^2)^3 + \frac{11025}{16384} * (e'^2)^4 - \frac{43659}{65536} * (e'^2)^5 \right) * \frac{1}{\rho}$$

$$B' = c * \left( -\frac{3}{8} * e'^2 + \frac{15}{32} * (e'^2)^2 - \frac{525}{1024} * (e'^2)^3 + \frac{2205}{4096} * (e'^2)^4 - \frac{72765}{131072} * (e'^2)^5 \right)$$

$$C' = c * \left( \frac{15}{256} * (e'^2)^2 - \frac{105}{1024} * (e'^2)^3 + \frac{2205}{16384} * (e'^2)^4 - \frac{10395}{65536} * (e'^2)^5 \right)$$

$$D' = c * \left( -\frac{35}{3072} * (e'^2)^3 + \frac{315}{12288} * (e'^2)^4 - \frac{31185}{786432} * (e'^2)^5 \right)$$

$$A_1 = \frac{N * \cos(B)}{\rho}$$

$$A_2 = \frac{N * \cos^2(B) * t}{2 * \rho^2}$$

$$A_3 = \frac{N * \cos^3(B) * (1 - t^2 + \eta^2)}{6 * \rho^3}$$

$$A_4 = \frac{N * \cos^4(B) * t * (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4)}{24 * \rho^4}$$

$$A_5 = \frac{N * \cos^5(B) * (5 - 18t^2 + t^4 + 14\eta^2 - 58\eta^2 t)}{120 * \rho^5}$$

$$G = A'B + B' \sin(2B) + C' \sin(4B) + D' \sin(6B)$$

Gauss – Kruger Koordinatlarının Hesabı:

$$X_g = G + A_2(\Delta L)^2 + A_4(\Delta L)^4$$

$$Y_g = A_1(\Delta L) + A_3(\Delta L)^3 + A_5(\Delta L)^5$$

UTM Projeksiyonuna Göre YUKARI Ve SAĞA Koordinatlarının Hesabı:

a) 3 derecelik UTM projeksiyonu için ölçek katsayısı  $m_0 = 1$

$$YUKARI = X_g * m_0$$

$$SAĞA = Y_g * m_0 + 500000 \text{ m}$$

b) 6 derecelik UTM projeksiyonu için ölçek katsayısı  $m_0 = 0.9996$

$$YUKARI = X_g * m_0$$

$$SAĞA = Y_g * m_0 + 500000 \text{ m}$$



SAĞA (harita düzlem koordinatı olarak Y koordinatı) koordinatı formülünde 500000 m eklenmesinin temel nedeni: her TM dilimi içinde dilim orta meridyeninin solunda kalan noktaların SAĞA (harita düzlem koordinatı olarak Y koordinatı) değerleri negatif olacaktır. Noktanın dilim içinde kaldığı yer dilim orta meridyeninin solunda veya sağında olmasına bakılmaksızın 500000 m eklenir.